

Elektromagnetické vlny



Úlohy

1. Meranie difrakčného poľa elektromagnetických vln na dvojštrbine
2. Určenie vlnovej dĺžky mikrovln

Historický úvod

Završením práce škótskeho fyzika Jamesa Clerka Maxwella na výskume elektriny a magnetizmu bol článok *Dynamická teória elektromagnetického poľa* z roku 1865. Maxwell v tomto článku po prvý raz zaviedol pojem *elektromagnetické pole* a predstavil úplnú sústavu veličín a rovníc, ktoré obsiahli všetky známe elektromagnetické javy. Pri budovaní teórie elektromagnetizmu sa Maxwell opieral o analógie s mechanikou kontinua, v spomínanej práci však do veľkej miery upúšťa od problematických mechanických predstáv a stavia teóriu výlučne na experimentálnych poznatkoch. V šiestej časti práce dospel Maxwell k homogénnej vlnovej rovnici, ktorej fundamentálnym riešením je postupná rovinná elektromagnetická vlna. Výborná zhoda fázovej rýchlosti elektromagnetických vln vo vákuu, $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$, s experimentálne určenou rýchlosťou svetla poskytla kritický dôkaz pre hypotézu M. Faradaya, že svetlo je forma elektromagnetického žiarenia.

Existenciu elektromagnetických vln potvrdil na základe vlastných experimentov nemecký fyzik Heinrich Rudolf Hertz až v roku 1888. Hertzovi sa podarilo skonštruovať zdroj vysokofrekvenčných prúdov, ktorý mu umožnil pracovať s elektromagnetickými vlnami s rádovo metrovými vlnovými dĺžkami. Meraním potvrdil, že rýchlosť šírenia elektromagnetických vln je totožná s rýchlosťou svetla. Okrem toho pozoroval aj interferenciu, odraz, lom a polarizáciu elektromagnetických vln.

Metóda merania

V tomto laboratórnom cvičení sa budeme venovať difrakcii mikrovln na dvojštrbine. Mikrovlny sú elektromagnetické vlny s vlnovou dĺžkou od 1 mm do 1 m. Máme k dispozícii vysokofrekvenčný generátor harmonického striedavého napätia s frekvenciou 9,4 GHz. Signál sa prenáša z generátora do rohovej antény cez tienový koaxiálny kábel. Širšia základňa kónického rohu indikuje smer polarizácie emitovaného elektromagnetického vlnenia, ktorý môžeme meniť otočením antény okolo osi rohu.

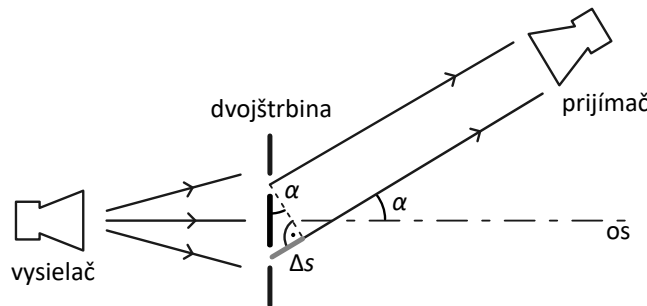
Elektromagnetické vlny zachytáva detekčná anténa s rovnakou konštrukciou ako anténa vysielajúca. Výstup z druhej antény je pripojený k prijímaču, ktorý pozostáva z ladeného obvodu, detektora a zosilňovača amplitúdy signálu. Po zosilnení meriame amplitúdu prija-

tého signálu pomocou analógového voltmetra. Veľkosť zosilnenia nastavíme podľa potreby potenciometrom s označením **GAIN**.

Stojany s anténami sú umiestnené na kovových koľajniciach s milimetrovou dĺžkovou stupnicou. Vysielač sa nachádza na kratšej koľajnici, prijímač na dlhšej. Koľajnice sú navzájom spojené ohybným kĺbom s goniometrom, ktorý umožňuje nastaviť požadované vzájomné natočenie antén v horizontálnej rovine. Do svorky nad stupnicou uhlomera upevňujeme pomocou plastovej skrutky dvojštrbinu vyrobenú z tenkého hliníkového plechu. Natočenie dvojštrbiny voči vysielaču upravíme otáčaním stolíka so svorkou vzhľadom na stupnicu goniometra. Stolík s dvojštrbinou sa otáča spolu s kratšou koľajnicou voči nehybnej dlhšej koľajnici. Uhol, ktorý koľajnice zvierajú indikuje biela šípka na konci dlhšej koľajnice nad stupnicou goniometra.

Elektromagnetické vlny, ktoré dopadnú na hliníkový plech sa odrazia späť. Do priestoru za dvojštrbinu tak preniká žiarenie len cez dvojicu úzkych obdĺžnikových otvorov. Podľa Huygensovho-Fresnelovho princípu je každý bod vo vnútri štrbiny zdrojom sekundárnych sférických vln, vďaka čomu sa vlnenie šíri aj v mieste geometrického tieňa otvorov. Pri dostatočnej vzdialenosti dvojštrbiny od prijímača je dvojica lúčov dopadajúcich na anténu z ľavej a pravej štrbiny prakticky rovnobežná. Dráhový rozdiel Δs medzi týmito dvomi lúčmi potom podľa obrázka 1 súvisí so vzdialenosťou štrbín d a pozorovacím uhlom α vzťahom medzi preponou a odvesnou v pravouhlom trojuholníku:

$$\Delta s = d \sin \alpha$$



Obr. 1: Schematické znázornenie difrakcie na dvojštrbine

Ak sa dráhový rozdiel rovná celočíselnému násobku vlnovej dĺžky λ , dochádza ku konštruktívnej interferencii. Amplitúda signálu dosahuje lokálne maximá pri uhloch α_m určených vzťahom

$$m\lambda = d \sin \alpha_m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1)$$

kde celé číslo $m \in \mathbb{Z}$ označuje *difrakčný rád* príslušného maxima.

Hlavné maximum amplitúdy sa nachádza priamo za štrbinami pri difrakčnom uhle $\alpha_0 = 0^\circ$. Meraním amplitúdy signálu pri kladnom aj zápornom natáčaní antény prijímača voči polohe nultého maxima s malým krokom $\Delta\alpha$ môžeme určiť polohy maxim vyšších difrakčných rádo. Zo vzťahu (1) následne získame vlnovú dĺžku mikrovln.

Prístroje a pomôcky

Mikrovlnná súprava 9,4 GHz, 230 V (riadiaca jednotka s integrovaným vysielačom a prijímačom mikrovln s napájacím zdrojom, rohové mikrovlnné antény vysielača a prijímača s tienеныmi vodičmi),

systém dvoch kovových koľajníc s milimetrovou dĺžkovou stupnicou,

otočný stolík s goniometrom,

hliníková dvojštrbina,

analógový multimeter Escola 30,

prepojovacie vodiče,

pravítko s milimetrovou stupnicou.

Postup práce

Nastavenie pred meraním

Pred meraním amplitúdy signálu v závislosti od uhla α medzi zdrojom a prijímačom sa uistíme, že antény prijímača a vysielača sú správne umiestnené a maximum nultého rádu difrakcie nastáva pri uhle $\alpha = 0^\circ$. Experiment pripravíme na meranie sériou nasledujúcich krokov:

1. Ak je dvojštrbina upevnená v meracej aparatúre, uvoľníme ju zo svorky a položíme na stôl. Pravítkom odmeriame vzdialenosti d_1 vnútorných okrajov a d_2 vonkajších okrajov štrbín. Vzdialenosť stredov štrbín d určíme ako aritmetický priemer hodnôt d_1 a d_2 .
2. Anténu vysielača umiestnime na kratšiu koľajnicu do polohy 170 mm. Polohu antény určuje hrana vozíka antény na koľajnici, ktorá je bližšie k dvojštrbine.
3. Na dlhšiu koľajnicu umiestnime oproti vysielačej anténe prijímaciu anténu do polohy 400 mm (bližšia hrana vozíka k štrbine). Pozíciu vozíka zafixujeme aretačnou skrutkou.
4. Uistíme sa, že anténa aj multimeter sú pripojené k riadiacej jednotke, skontrolujeme správnosť zapojenia vodičov.
5. Skontrolujeme, či sa vypínač reproduktora nachádza v polohe $\otimes$ a prepínač modulácie signálu v polohe 0.
6. Koľajnice s anténami natočíme tak, aby boli antény nasmerované priamo oproti sebe ($\alpha = 0^\circ$).
7. Skontrolujeme, či sú rohy antén natočené dlhšou hranou vo vertikálnom smere.

8. Rozsah multimetra nastavíme na 3 V a zapneme ho v režime merania jednosmerného napätia.
9. Potenciometrom na riadiacej jednotke s označením **GAIN** nastavíme úroveň zosilnenia tak, aby multimeter ukazoval hodnotu 3 V.
10. Opatrne posunieme anténu vysielача na kratšej koľajnici do polohy 250 mm.
11. Upevníme dvojštrbinu na otočný stolík tak, aby jej plocha bola rovnobežná s frontálnymi rovinami oboch antén (natočíme otočný stolík tak, aby priesvitná šípka ukazovala na hodnotu na 0°) a tak, aby stredy štrbín boli rovnako vzdialené od osi kratšej koľajničky. Jemne dotiahneme plastovú skrutku na svorke držiaka.
12. Miernym posunutím vysielача na kratšej koľajnici doladíme jeho konečnú polohu x_V , v ktorej multimeter ukazuje maximálnu hodnotu.
13. Potenciometrom **GAIN** na riadiacej jednotke znova nastavíme úroveň zosilnenia tak, aby multimeter ukazoval maximálnu výchylku 3 V.

Meranie difrakcie na dvojštrbine

Pred tým, ako začneme merať, oboznámime sa s nasledujúcimi princípmi a dodržiavame ich počas celého merania:

- Po každom otočení koľajnice skontrolujeme, či nedošlo k nechcenému posunutiu antén pozdĺž koľajníc.
- Pri meraní amplitúdy počkáme na ustálenie hodnoty.
- Meracia aparatura je citlivá na interferenciu s inými mikrovlnnými zariadeniami, preto v jej blízkosti nepoužívame mobilné telefóny, tablety, bezdrôtové slúchadlá ani inú elektroniku.
- Rovnako je potrebné minimalizovať spätné odrazy mikrovln od antény prijímača alebo od dvojštrbiny. Z toho dôvodu nepribližujeme k meraciemu zariadeniu kovové predmety, napríklad hodinky na ruke.

Postup merania

1. Jednou rukou pridržíme dlhšiu koľajnicu, zatiaľ čo druhou rukou opatrne natočíme kratšiu koľajnicu spolu s vysielacou anténou v smere hodinových ručičiek tak, aby koľajnice zvierali uhol $\alpha = -45^\circ$.
2. Na stupnici multimetra odčítame amplitúdu signálu a údaje zapíšeme do prvého riadka tabuľky 1.
3. V smere hodinových ručičiek otočíme kratšiu koľajnicu o $\Delta\alpha = 2,5^\circ$, odmeriame a zaznamenáme amplitúdu signálu.

4. Meranie amplitúdy opakujeme po krokoch $\Delta\alpha$ cez 0° až po $+45^\circ$.
5. Údaje zapisujeme do tabuľky 1.

Vyhodnotenie merania

Z odmeraných hodnôt v tabuľke 1 určíme minimum a maximum $U_{\min}$ a $U_{\max}$. Do tretieho stĺpca tabuľky 1 zapíšeme normalizované hodnoty korigovanej amplitúdy $I \in \langle 0,1 \rangle$:

$$I = \frac{U - U_{\min}}{U_{\max} - U_{\min}} \quad (2)$$

Dvojice hodnôt (I, α) vynesieme do grafu, kvôli lepšej orientácii môžeme body pospájať tenkou čiarou. V grafe identifikujeme v okolí každého maxima trojice, prípadne štvorice susediacich bodov. Jednotlivé maximá označíme príslušným difrakčným rádom $m \in \{0, \pm 1, \pm 2\}$. Vzťah (1) dáva do súvisu difrakčný rád m s pozorovacím uhlom α_m , pod ktorým pozorujeme m -té maximum. V tesnom okolí maxima môžeme závislosť $I(\alpha)$ aproximovať parabolou

$$I(\alpha) = a\alpha^2 + b\alpha + c \quad (3)$$

kde a , b a c sú reálne konštanty. Ich hodnoty pre každé maximum nájdeme pomocou metódy najmenších štvorcov. Maximum takejto paraboly zodpovedá difrakčnému maximu a určíme ho na základe podmienky nulovej derivácie kvadratickej závislosti $dI/d\alpha$, z ktorej vyplýva:

$$\alpha_m = -\frac{b}{2a} \quad (4)$$

Na výpočet parametrov paraboly môžeme využiť multilinéarnu regresiu implementovanú v bežných tabuľkových procesoroch. Uhol α_m zodpovedajúci vrcholu paraboly difrakčného rádu m zapíšeme do tabuľky 2. Posledný riadok tejto tabuľky obsahuje hodnoty $\sin \alpha_m$.

Vzťah (1) predstavuje lineárnu závislosť medzi veličinami m a $\sin \alpha_m$:

$$\sin \alpha_m = km \quad (5)$$

kde $k = \lambda/d$ je smernica. Dvojice hodnôt $(m, \sin \alpha_m)$ vynesieme do grafu a metódou lineárnej regresie určíme smernicu k , jej neistotu s_k a koeficient determinovanosti $\mathcal{R}^2$.

Vlnová dĺžka mikrovĺn sa rovná súčinu smernice k a vzájomnej vzdialenosti stredov štrbín d , ktorú sme odmerali na začiatku experimentu:

$$\lambda = kd \quad (6)$$

Odhad neistoty

Štandardnú neistotu u_λ hodnoty vlnovej dĺžky určenej meraním odhadneme zo vzťahu (6) na základe pravidiel o šírení neistôt:

$$u_\lambda^2 = \lambda^2 \left(\frac{u_d^2}{d^2} + \frac{u_k^2}{k^2} \right) = (k u_d)^2 + (d u_k)^2 \quad (7)$$

Kde u_d a u_k sú štandardné neistoty veličín d a k . Pri výpočte použijeme smerodajnú odchýlku smernice $s_k = u_k$ z lineárnej regresie.

Vzdialenosť stredov štrbín sme určovali ako aritmetický priemer vzdialeností vnútorných okrajov d_1 a vonkajších okrajov d_2 štrbín. Štandardnú neistotu vzdialenosti stredov štrbín odhadneme ako

$$u_d^2 = \frac{u_{d1}^2 + u_{d2}^2}{4} \quad (8)$$

Hodnoty d_1 a d_2 sme získali meraním pravítkom za rovnakých podmienok, preto budeme predpokladať, že neistoty oboch meraní sú rovnaké, t. j.

$$u_{12} \equiv u_{d1} = u_{d2}$$

Odtiaľ pre neistotu u_d vyplýva:

$$u_d = \frac{u_{12}}{\sqrt{2}}$$

Najväčším zdrojom neistoty pri meraní dĺžky pravítkom je zaokrúhľovanie skutočnej hodnoty na najbližší dielik stupnice. Za limitnú neistotu merania U budeme považovať polovicu najmenšieho dielika Δ . Štandardnú neistotu u_{12} potom odhadneme vzťahom

$$u_{12} = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{\Delta}{2\sqrt{3}} \quad (9)$$

Pre odhad štandardnej neistoty vzdialenosti stredov dvoch štrbín platí:

$$u_d = \frac{U}{\sqrt{6}} \quad (10)$$

Neistotu hodnoty vlnovej dĺžky definitívne vyčíslime dosadením smernice lineárnej závislosti k , jej smerodajnej odchýlky s_k , vzdialenosti štrbín d a limitnej neistoty $U = \Delta/2 = 0,5 \text{ mm}$ dĺžkového meradla do nasledujúceho vzťahu

$$u_\lambda = \sqrt{\frac{1}{6}(kU)^2 + (ds_k)^2} \quad (11)$$

Meno:

Krúžok:

Dátum merania:

Protokol laboratórnej úlohy č. 37

Elektromagnetické vlny

Stručný opis metódy merania

Vzťahy, ktoré sa používajú pri meraní

Prístroje a pomôcky

Záznam merania, výpočty a výsledky

Vzdialenosť stredov štrbín

$d_1 =$

$d_2 =$

$d = \frac{d_1 + d_2}{2} =$

Poloha vysielacej antény

$x_V =$

Tabuľka 1 Meranie amplitúdy difragovaných vĺn

č.	α (°)	U (V)	I	č.	α (°)	U (V)	I
1				20			
2				21			
3				22			
4				23			
5				24			
6				25			
7				26			
8				27			
9				28			
10				29			
11				30			
12				31			
13				32			
14				33			
15				34			
16				35			
17				36			
18				37			
19				38			

Tabuľka 2 Difrakčné maximá

m	-2	-1	0	1	2
α_m ($^\circ$)					
$\sin \alpha_m$					

Lineárna regresia

smernica závislosti (5)	$k =$
smerodajná odchýlka smernice	$s_k =$
koeficient determinovanosti	$\mathcal{R}^2 =$

Výpočet vlnovej dĺžky podľa vzťahu (6)

$$\lambda =$$

Odhad neistoty vlnovej dĺžky na základe vzťahu (11)

$$u_\lambda =$$

Chyba merania

Vlnová dĺžka mikrovĺn uvádzaná výrobcom: $\lambda_{\text{ref}} = 3,189 \text{ cm}$

$$\delta_\lambda = \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{ref}}} - 1 \right) \cdot 100 \% =$$

Prílohy protokolu

- Graf uhlovej závislosti relatívnej amplitúdy difragovaných mikrovĺn
- Graf lineárnej závislosti (5)

Zhodnotenie výsledkov

Dátum odovzdania protokolu:

Podpis študenta:

Hodnotenie a podpis učiteľa: