

09. - 10. týždeň - opakovanie

Všetky príklady riešte všeobecne a na záver dosadíte čísla.

1. Nájdite polohu ťažiska písmena H, pre vhodne zvolenú súradnicovú sústavu. Písmeno je zložené z 3 tenkých drôtov, ktoré majú rovnakú hmotnosť m a rovnakú dĺžku L .
2. Nájdite polohu ťažiska útvaru na obrázku, ktorý vznikol tak, že sa z obdĺžnika so stranami a, b vyrezal na jednej strane polkruh polomeru $\frac{b}{2}$ a priložil sa na druhú stranu obdĺžnika.
3. Nájdite polohu ťažiska útvaru, ktorý vznikne, keď zo štvorca so stranou a vystrihneme trojuholník podľa obrázka.
4. Koleso na hriadeli má moment zotrvačnosti J vzhľadom na os otáčania. Na hriadeli s polomerom r je navinuté lano, na ktorom je zavesené závažie hmotnosti m . V určitom okamihu sa dá závažie do pohybu vplyvom vlastnej tiaže. O akú dráhu klesne závažie za čas t_0 ?
5. Akými silami je namáhané lano prevesené cez kladku s polomerom R a momentom zotrvačnosti J , na koncoch ktorého sú umiestnené závažia s hmotnosťami m_1 a m_2 . Bremená sa samovoľne pohybujú a $m_1 < m_2$.
6. Kyvadlo tvorí tyč hmotnosti m a dĺžky l_1 zavesené na tenkom lanku dĺžky l_2 (hmotnosť lanka neuvažujeme). Vypočítajte moment zotrvačnosti zavesenej tyče. Vypočítajte periódu kmitania v limite pre malé uhly.
7. Daná je priama homogénna tyč dĺžky L . Treba nájsť vzdialenosť od stredu tyče, v ktorej treba tyč upevniť, aby sa kývala ako fyzikálne kyvadlo s minimálnou periódou.
8. Homogénnu kruhovú dosku s hmotnosťou m a polomerom r uchytíme na stenu tesne na okraji kruhovej dosky. Nájdite periódu tohto fyzikálneho kyvadla a jeho redukovanú dĺžku.
9. Do akej výšky vyletí guľa hmotnosti m z pružinového kanóna, keď pri nabíjaní stlačíme pružinu o vzdialenosť L . Pričom vieme, že na stlačenie pružiny o vzdialenosť l_0 je potrebná sila F_0 . Uvažujeme, že sila je úmerna stlačeniu pružiny.
10. Aká je amplitúda, perióda, fázová rýchlosť a vlnová dĺžka vlny, ktorá je vyjadrená rovnicou: $y = 0,3 \sin[2\pi(4t + x)]$?
11. Rovinná vlna má amplitúdu y_0 , rýchlosť v a frekvenciu f . Vo vzdialenosti x od východiskového bodu má výchylku y . Aký čas t_1 potrebuje vlna na prebehnutie tejto dráhy?
12. Kyvadlo vykoná 20 kmitov. Počas posledných 10 kmitov klesne amplitúda z y_{01} na y_{02} . Aká bola amplitúda na začiatku?
13. Aký je koeficient tlmenia kmitov hmotného bodu keď podiel dvoch za sebou idúcich amplitúd hmotného bodu na tú istú stranu sa rovná 2 a perióda tlmených kmitov je T ? Aká by bola perióda netlmených kmitov za rovnakých podmienok?
14. Vlastná kruhová frekvencia sústavy je $\omega_0 = 50$ Hz. Ako sa zmení rezonančná frekvencia sústavy, ak zavedieme tlmenie $\gamma_1 = 5$? Aké tlmenie musíme zaviesť do sústavy aby

rezonančná frekvencia poklesla o 5%? Aké tlmenie musíme zaviesť do sústavy aby rezonančná frekvencia narástla o 5%?

15. Nájdite amplitúdu kmitania harmonického oscilátora ak:
 - a) udelíme oscilátoru počiatočnú výchylku l ,
 - b) udelíme oscilátoru počiatočnú rýchlosť v_0 ,
 - c) udelíme oscilátoru počiatočnú výchylku l a počiatočnú rýchlosť v_0 .
16. Aký je koeficient pružnosti pružín v počte 4ks pier železničného vozňa, ktorého hmotnosť m , ak sa zistilo, že pri rýchlosti v sa vozeň začne prudko hojdať vplyvom nárazov na spojoch koľajníc. Dĺžka koľajnice je l . Vplyv tlmenia zanedbajte.
17. Dva harmonické oscilátory kmitajú frekvenciami f_1 a f_2 . V časovom okamihu $t_0 = 0$ mali rovnakú fázu. Určte najbližší časový okamih t_1 , v ktorom budú mať opäť rovnakú fázu.
18. Akou silou F musí byť napínaná oceľová struna ($\rho = 7,8 \text{ g/cm}^3$; $L = 1,5 \text{ m}$; $S = 1 \text{ mm}^2$), aby zaznel tón s frekvenciou 440 Hz ?

Výsledky

1. $[\vec{r}_T = 0\vec{i} + 0\vec{j}]$
2. $[\vec{r}_T = \frac{\pi b}{8}\vec{i} + 0\vec{j}]$
3. $[\vec{r}_T = \frac{a}{9}\vec{i} + 0\vec{j}]$
4. $[h_0 = \frac{mgr^2}{J+mr^2}t_0^2]$
5. $[T_1 = \frac{g m_1(J+2R^2m_2)}{J+R^2(m_1+m_2)}, \quad T_2 = \frac{g m_2(J+2R^2m_1)}{J+R^2(m_1+m_2)}]$
6. $[J = \frac{1}{12}ml_1^2 + m(l_2 + \frac{l_1}{2})^2; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{12}l_1^2 + (l_2 + \frac{l_1}{2})^2}{g(l_2 + \frac{l_1}{2})}}]$
7. $[x = \frac{L}{2\sqrt{3}}]$
8. $[T = 2\pi\sqrt{\frac{3r}{2g}}; \quad l = \frac{3}{2}r]$
9. $[h = \frac{F_0L^2}{2mg l_0}]$
10. $[A = 0,3; \quad T = 0,25 \text{ s}; \quad \lambda = 1 \text{ m}; \quad v = 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}]$
11. $[t_1 = \frac{\sin^{-1}(\frac{y}{y_0}) + \frac{2\pi f x}{v}}{2\pi f}]$
12. $[y_{00} = \frac{y_{01}^2}{y_{02}}]$
13. $[\gamma = \frac{\ln 2}{T}; \quad T_0 = \frac{T}{\sqrt{1 + (\frac{\ln 2}{2\pi})^2}}]$
14. $[\omega_r = 49,75 \text{ Hz}; \quad \gamma_2 = 0,31\omega_0; \quad b_3 < 0]$
15. $[A = l; \quad A = \frac{v_0}{\omega}; \quad A = \sqrt{l^2 + (\frac{v_0}{\omega})^2}]$
16. $[k = \frac{\pi^2 v^2 m}{l^2}]$
17. $[t_1 = \frac{1}{f_2 - f_1}]$
18. $[F = 13,6 \text{ N}]$

