

Vybrané kapitoly z jadrovej fyziky a techniky

pre študentov bakalárskeho stupňa štúdia študijného programu Jadrové a fyzikálne inžinierstvo

Katarína Sedlačková

(2023)

Obsah

1. Jadrové sily	3
Mezónová teória jadrových síl	4
2. Vlastnosti (základného stavu) jadra	8
Tvar a hustota jadra	8
Polomer jadra	10
3. Momenty jadra	16
Mechanický moment hybnosti jadra.....	16
Magnetický dipólový moment jadra	18
Dipólový moment jadra	20
Kvadrupólový moment jadra.....	21
4. Väzbová energia jadra	24
Modely atómového jadra	29
Kvapkový model jadra	29
Alfa časticový model jadra.....	32
Model Fermiho plynu	34
Model zloženého jadra	37
Hladinový (vrstvomý) model	37
Kolektívny (všeobecný) model jadra	41
5. Rádioaktívne premeny.....	43
5.1. Rozpadové schémy rádioaktívnych premien.....	43
5.2. Alfa premena.....	45
Energia alfa premeny	46
Mechanizmus alfa premeny a doba polpremeny	51
Emisia protónov.....	55
5.3. Beta premena	56
Hypotéza o existencii neutrína	57
Mechanizmus beta premeny	58
β – premena.....	60

β^+ premena.....	62
β^+ a β^- – spektrá.....	64
Fermiho graf.....	65
Elektrónový záchyt.....	67
Uvoľnenie oneskoreného protónu/neutrónu.....	69
Inverzný beta rozpad.....	70
Mattauchovo pravidlo a údolie stability.....	71
5.4. Gama premena a vnútorná konverzia.....	76
Gama premena.....	76
Vnútorná konverzia	78
Izoméne prechody	81
Mössbauerov efekt.....	82
5.5. Zhrnutie vlastností alfa, beta a gama žiarenia z rádioaktívnych premien	87
Zdroje a iné užitočné odkazy.....	88

1. Jadrové sily

Štúdium teórie vysvetľujúcej podstatu síl, ktorými sú viazané protóny a neutróny v jadre, je dôležité pre pochopenie štruktúry jadra a mechanizmu jadrových interakcií. Pokým gravitačné sily medzi nukleónmi sú zanedbateľne malé (medzi protónom a neutrónom nachádzajúcim sa v jadre pôsobí gravitačná sila, ktorá je asi 10^{38} -krát menšia, ako skutočná sila), medzi protónmi v atómovom jadre pôsobia naopak značné odpudivé elektrostatické sily. Skutočnosť, že napriek tomu sú nukleóny v jadre pevne viazané, možno vysvetliť iba jedným predpokladom: medzi nukleónmi v jadre pôsobia čo do absolútnej hodnoty najsilnejšie sily, s akými sa v prírode stretávame. Objavením neutrónu sa stali jadrové sily pôsobiace medzi nukleónmi predmetom intenzívneho výskumu, napriek tomu ich doposiaľ nevieme matematicky popísať tak, ako gravitačné alebo elektromagnetické sily. Avšak významný pokrok vo vývoji realistických modelov jadrových síl umožnil výpočty rôznych vlastností atómových jadier. Medzi základné, experimentálne určené vlastnosti jadrových síl patrí:

1. *Veľmi krátky dosah*

Jadrové sily majú príťažlivý charakter a ohraničený dosah pôsobenia, a to len na vzdialenosť porovnateľnú s veľkosťou jadra, teda približne 2 fm (t.j. $2 \cdot 10^{-15}\text{ m}$), čoho dôkazom boli početné experimenty (Rutherfordove pokusy s rozptylom alfa častíc, štúdium alfa premeny ťažkých jadier, rozptyl neutrónov na protónoch a protónov na neutrónoch, a i.).

2. *Charakter nasýtených síl (saturačný charakter)*

Podstatou nasýteného charakteru je skutočnosť, že každý nukleón v jadre má ohraničený počet najbližších susedov, s ktorými interaguje. Dôkazom je závislosť väzbovej energie jadra od nukleónového čísla (vysvetlená v kapitole *Väzbová energia jadra*), alebo konštantná jadrová hustota od stredu jadra k jeho okraju a konštantná jadrová hustota ako funkcia nukleónového čísla pre $A = 10 \div 250$.

3. *Veľmi silná interakcia*

Jadrová sila je 100-krát väčšia, ako Coulombova sila vnútri jadra. Ak by to tak nebolo, odpudivá Coulombova sila, ktorá je d'alekodosahová a nemá charakter nasýtenej sily (teda uplatňuje sa medzi všetkými protónmi v jadre), by jadro rozdelila.

4. *Nábojová nezávislosť*

Väzbové sily sú rovnaké medzi protónom a protónom, alebo medzi neutrónom a neutrónom. Tento jav nazývame *nábojová symetria*. Táto vlastnosť sa dá dokázať na príklade tzv. zrkadlových jadier, u ktorých sa počet protónov prvého jadra rovná počtu neutrónov druhého jadra, a naopak. Ak si vezmeme napr. zrkadlové jadrá ${}^3_1\text{H}$ a ${}^3_2\text{He}$, zistíme, že ich väzbové energie sa líšia len o energiu vzájomného elektrostatického pôsobenia dvoch protónov (Coulombova odpudivá sila), ktoré väzbovú energiu jadra ${}^3_2\text{He}$ znižuje. Všeobecne môžeme povedať, že väzbová energia jadier, v ktorých je viac protónov ako neutrónov, je menšia, ako väzbová energia jadier, ktoré majú viac neutrónov ako protónov. Ukázalo sa, že nábojová symetria je prejavom hlbšej symetrie jadrovej interakcie, ktorá sa nazýva *izotopická invariancia*, alebo *nábojová nezávislosť*. Izotopická invariancia jadrových síl znamená, že interakcia v rámci ľubovoľných dvoch párov nukleónov je rovnaká, ak sú nukleóny v rámci páru v rovnakom stave. Protón a neutrón sú považované za dva rôzne nábojové stavy jednej častice (nukleónu), tvoria tzv. izotopický dubleta. Experimenty potvrdili, že silné interakcie

medzi protónom a protónom, neutrónom a neutrónom a medzi protónom a neutrónom sú identické (pokiaľ sú v rovnakom stave).

5. **Silné repulzívne jadro**

Napriek tomu, že príťažlivé jadrové sily sú veľmi silné, atómové jadrá nie sú nekonečne malé, ale majú konečný rozmer. Z toho vyplýva, že musí existovať veľmi silná odpudivá sila medzi nukleónmi, ktorá preváži silnú príťažlivú silu, keď sa k sebe nukleóny priblížia na malú vzdialenosť (kratšiu ako $0.4 \times 10^{-14}m$).

6. **Spinovo-orbitálny charakter**

Veľkosť vzájomného pôsobenia nukleónov závisí od vzájomnej orientácie ich spinov. Toto pôsobenie je iné, ak sú spiny nukleónov orientované paralelne alebo antiparalelne, pričom rozdiel interakčných síl je značný. Okrem toho jadrové sily závisia aj od toho, či je spojnica nukleónov rovnobežná s osou spinov, alebo je na ňu kolmá. Ako príklad môžeme uviesť deuterón 2_1H , v ktorom sa protón a neutrón môžu kombinovať tak, že ich spiny sú orientované buď paralelne alebo antiparalelne. Ak by bola jadrová sila spinovo nezávislá, museli by mať tieto stavy rovnakú energiu. Avšak pozorovaný je základný stav s paralelnou orientáciou spinov, pričom stav s nulovým výsledným spinom, teda spinmi orientovanými antiparalelne, je pozorovaný ako neviazaný. Takže keď sú spiny protónu a neutrónu paralelné, jadrové sily sú silnejšie a viažu neutrón a protón do atómu 2_1H . To znamená, že jadrová sila je závislá od spinu.

7. **Necentrálny charakter**

Zistilo sa, že experimentálne určený magnetický moment deuterónu nezodpovedá súčtu magnetických momentov protónu a neutrónu, z čoho vyplýva, že ich spiny nie sú orientované celkom paralelne alebo je rozdiel spôsobený príspevkom vznikajúcim v dôsledku orbitálneho pohybu protónu. Dôkazom necentrálneho charakteru jadrových síl je aj nenulový kvadrupólový moment deuterónu.

8. **Výmenný charakter**

Výmenný charakter je kvantová vlastnosť, v dôsledku ktorej si nukleóny pri vzájomných zrážkach môžu navzájom odovzdávať náboje, projekcie spinov, a pod. Existencia výmenných síl priamo vyplýva z experimentov rozptylu neutrónov vysokých energií na protónoch. O výmennom charaktere jadrových síl bližšie pojednáva nasledovná kapitola – *Mezónová teória jadrových síl*.

Mezónová teória jadrových síl

Najjednoduchšou teóriou jadrových síl je **fenomenologická analýza**, ktorá popisuje medzinukleónové interakcie, resp. vytvára zákony závislosti väzbovej energie od vzdialenosti na základe známych účinkov väzbových síl tak, aby sa dosiahla zhoda s experimentálnymi výsledkami. Z histórie fyziky môžeme spomenúť takouto cestou postulovaný Coulombov zákon elektrostatickej interakcie medzi nábojmi, ktorý bol formulovaný pre vzdialenosti rádovo centimetre, avšak je platný aj pre atomárne rozmery. V prípade väzbových síl sa však fenomenologická teória ukázala ako obmedzená, keďže sa nepodarilo nájsť univerzálne platný zákon pre interakcie nukleónov nízkych aj vysokých energií, platný aj malé vzdialenosti. Okrem toho fenomenologické úvahy neposkytujú vysvetlenie podstaty jadrových síl.

Úspešnejšou sa javí **mezónová teória jadrových síl** založená na predpoklade o *výmennom charaktere* väzbových síl. Predstavy o mechanizme výmeny sú založené na úvahách, ktoré použil P. Dirac pri vypracovaní teórie elektromagnetickej interakcie, v ktorej sa interpretuje duálny vlnovo-korpuskulárny charakter elektromagnetických javov pomocou vlnovej analógie (pole charakterizované v každom bode potenciálom) a existencie kvánt tohto poľa (fotóny ako častice s nulovou pokojovou hmotnosťou, nulovým nábojom, riadiace sa Bose-Einsteinovým rozdelením). Interakcia medzi nábojmi sa potom vysvetľuje na základe výmeny kvánt elektromagnetického poľa - fotónov. Výsledkom interakcie je buď priťažlivý alebo odpudivý charakter sily.

Analogické predstavy sa použili pri vypracovávaní teórie interakcie nukleónov. Sú založené na predpoklade, že každý nukleón je charakterizovaný špecifickým „*nukleónovým nábojom*“, ktorý vytvára *pole jadrových síl*. Tomuto poľu zodpovedajú kvantá, ktoré na rozdiel od kvánt elektromagnetického poľa, môžu mať *nenulovú hmotnosť*.

W. K. Heisenber v roku 1932 vyslovil predpoklad, že medzi nukleónmi sa pohybujú elektróny a pozitróny. Napríklad neutrón by mohol emitovať elektrón a zmeniť sa na protón, a naopak, protón by sa absorpciou elektrónu premenil na neutrón. Avšak výpočty založené na údajoch z beta rádioaktívnej premeny ukázali, že výsledné sily v dôsledku výmeny elektrónov a pozitronov medzi nukleónmi sú príliš malé na to, aby mali v jadrovej štruktúre nejaký význam (10^{14} -krát slabšie ako jadrové sily). Nasledovali ďalšie úvahy o výmenných časticách, ktoré rozpracoval japonský fyzik H. Yukawa. V roku 1935 vyslovil hypotézu o existencii tzv. **mezónov** – častíc, ktoré môžu byť kvantami poľa väzbových síl, pričom na základe dosahu jadrových síl odhadol hmotnosť týchto výmenných častíc na približne 200-krát väčšiu, ako je hmotnosť elektrónu. V roku 1937 bol objavený **μ -mezón**, 207-krát ťažší ako elektrón, čím bola síce hrubo splnená podmienka pre hmotnosť vychádzajúca z experimentálne pozorovaného dosahu pôsobnosti jadrových síl, avšak zistilo sa, že μ -mezón interaguje s jadrom len veľmi slabo. Až v roku 1947 boli objavené mezóny väčšej hmotnosti, ktoré sprostredkovávajú silnú jadrovú interakciu - **π -mezóny**. Po objave π -mezónov bola v roku 1949 Yukawovi za predikciu existencie výmenných častíc sprostredkujúcich silné jadrové sily udelená Nobelova cena za fyziku.

Podľa mezónovej teórie všetky nukleóny pozostávajú z rovnakej vnútornej časti obklopenej „oblakom“ jedného alebo viacerých mezónov, pričom jediný rozdiel medzi protónom a neutrónom je v charaktere mezónového oblaku. Mezóny môžu byť elektricky neutrálne alebo niesť elektrický náboj. Sily pôsobiace medzi dvoma neutrónmi, resp. medzi dvoma protónmi sú výsledkom vzájomnej výmeny **neutrálnych mezónov** (označovaných ako π^0 , hmotnosť 264-krát hmotnosť elektrónu), pokým sila medzi protónom a neutrónom je výsledkom výmeny **nabitých mezónov** (označovaných π^+ a π^- , hmotnosť 273.3-krát hmotnosť elektrónu). Pritom neutrón emituje mezón π^- a mení sa na protón:



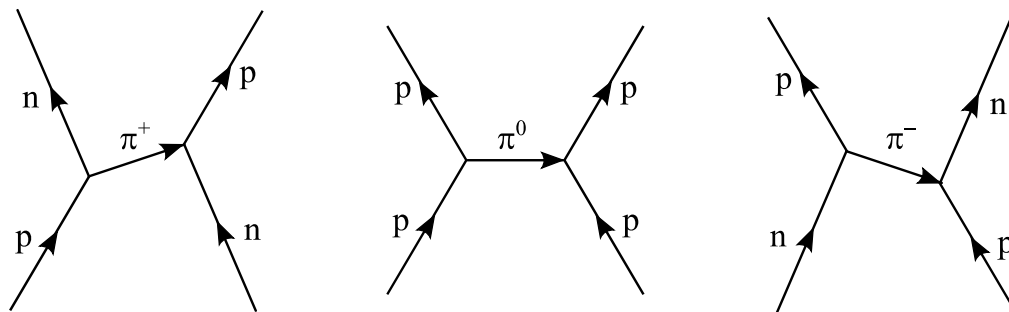
pričom absorpciou mezónu π^- protónom, s ktorým neutrón interagoval, sa premení tento protón na neutrón:



Pri obrátenom procese protón emituje mezón π^+ , ktorého absorpcia neutrónom mení neutrón na protón:

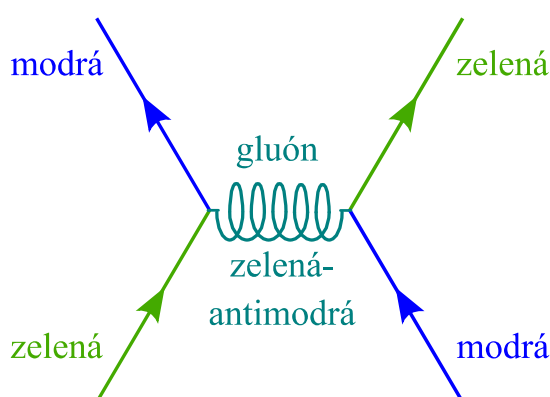


Týmto spôsobom sa môžu neutróny a protóny navzájom „premieňať“ prostredníctvom výmeny kladných alebo záporných π -mezónov. Schématicky znázorňujeme interakcie sprostredkované výmennými časticami pomocou tzv. *Feynmanových diagramov*. Na obr. 1.1 sú diagramy zobrazujúce silnú interakciu medzi nukleónmi.



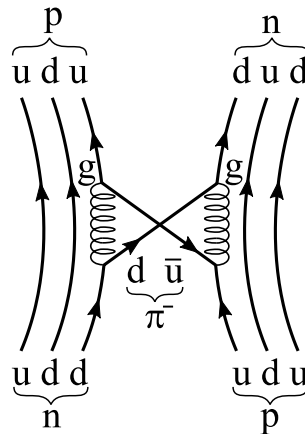
Obr. 1.1. Silná interakcia medzi nukleónmi ako výsledok výmeny π -mezónov.

Vieme, že silnú fundamentálnu interakciu v rámci farebných síl pôsobiacich medzi kvarkami sprostredkovávajú výmenné častice - **gluóny**. Keďže nukleóny sa skladajú z kvarkov a silná interakcia sa odohráva medzi nukleónmi, ktoré sú bezfarebné, mohli by sme povedať, že farebná sila je zdrojom silnej jadrovej interakcie, alebo že silná interakcia je reziduálna farebná sila presahujúca protón, resp. neutrón, viažuca ich navzájom v jadre. Na obr. 1.2 je Feynmanov diagram znázorňujúci silnú interakciu medzi kvarkami prostredníctvom výmeny gluónov. Gluóny nesú farebný náboj, a preto vznikajúci kvark nebude mať rovnakú farbu ako kvark vstupujúci do interakcie. Na obrázku gluóny nesú v sebe jednotku farby a jednotku antifarby - zelená a „anti-modrá“, pričom menia modrý kvark na zelený a naopak. Interakcia na obrázku je teda zodpovedná za viazanie kvarkov do mezónov a baryónov a za udržanie protónov a nukleónov v jadre pokope. Tento proces je veľmi odlišný od elektromagnetickej interakcie, keďže fotón ako výmenná častica pre elektromagnetickú silu medzi nábojmi nenesie žiaden náboj, má nulovú hmotnosť a nekonečný dosah.



Obr. 1.2. Silná interakcia medzi kvarkami prostredníctvom gluónov.

Obr. 1.3 ilustruje jeden z mnohých možných spôsobov interakcie medzi nukleónmi, ktorý sa realizuje prostredníctvom vzniku a anihilácie „up“-„antiup“ párov kvarkov a vznik π^- -mezónu premost'ujúceho nukleóny.



Obr. 1.3. Silná interakcia medzi nukleónmi sprostredkovaná π^- -mezónom.

Výmena častíc medzi nukleónmi vedie k *príťažlivej alebo odpudivej sile*, pričom ako hrubú analógiu si môžeme predstaviť výmenu lopty medzi dvoma hráčmi. Ak je lopta (t.j. výmenná častica sprostredkujúca interakciu) medzi hráčmi voľne hádzaná, hádzajúci hráč registruje spätný impulz pri hodení, rovnako ako chytajúci hráč pri uchopení lopty, obaja sa teda odkláňajú dozadu, čím vzniká efekt analogický odpudivým silám. Naopak, pri vytrhávaní si lopty z rúk cítia hráči efekt podobný príťažlivej sile. Hádzanie lopty je tiež možné len pre určitý, konečný odstup hráčov, čo zodpovedá krátkodosahovej pôsobnosti jadrových síl.

Ak sa pozrieme na jadrové interakcie z pohľadu zákona zachovania energie, môže sa zdať byť nelogické, že pri experimentoch sa nepozorujú rôzne hmotnosti nukleónov vyžarujúcich, resp. pohlcujúcich hmotné mezóny. Toto pozorovanie je možné vysvetliť Heisenbergovým princípom neurčitosti, ktorý ohraničuje presnosť, s akou možno uskutočniť experimentálne merania. Princíp neurčitosti môžeme zapísať v tvare:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar \quad (1.5)$$

Ak teda nukleón pohltí mezón vyslaný susedným nukleónom, s ktorým interaguje, v čase menšom ako $\hbar/\Delta E$ po emisii, nie je táto udalosť, v ktorej sa nezachováva energia ΔE , zakázaná. Keďže dosah pôsobnosti jadrových síl je približne $\Delta x = 2 \text{ fm}$ (t.j. $2 \cdot 10^{-15} \text{ m}$), časový interval preletu mezónu pohybujúceho sa rýchlosťou svetla c medzi nukleónmi bude:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{c} = 0.6 \times 10^{-23} \text{ s} \quad (1.6)$$

Táto hodnota teda predstavuje imaginárnu dobu života mezónu. Pokojovú hmotnosť mezónu m_π môžeme určiť z Einsteinovho vzťahu:

$$\Delta E = m_\pi c^2 \Rightarrow m_\pi = \frac{\Delta E}{c^2} \quad (1.7)$$

Z princípu neurčitosti dostávame maximálnu zmenu energie za čas Δt :

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{\hbar}{\Delta x/c} \quad (1.8)$$

Ak by celá táto energia bola transformovaná do pokojovej hmotnosti mezónu, nadobudla by jeho hmotnosť hodnotu:

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta x/c} = m_{\pi}c^2 \Rightarrow m_{\pi} = \frac{\hbar}{\Delta xc} \cong 260 m_e \quad (1.9)$$

kde m_e je hmotnosť elektrónu. V jednotkách energie elektrónvolt dostávame:

$$m_{\pi}c^2 = \frac{\hbar c}{\Delta x} \cong 100 MeV \quad (1.10)$$

čo skutočne v porovnaní s pokojovou hmotnosťou elektrónu (511 keV) vychádza rádovo 200-krát viac.

Keď sa vrátíme k analógii jadrových síl so silami pôsobiacimi v elektromagnetickom poli, môžeme si všimnúť, že v prípade elektromagnetickej interakcie je dosah pôsobnosti elektromagnetických síl nekonečný, a preto musí byť podľa vyššie uvedených úvah hmotnosť výmennej častice – fotónu – nulová.

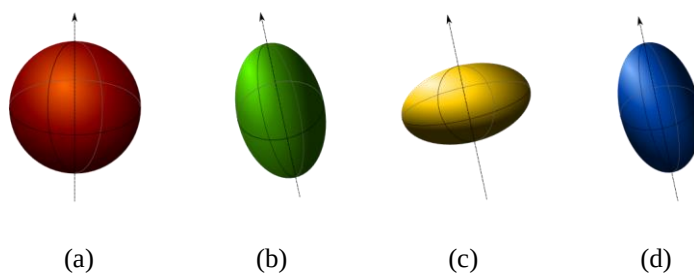
Pomocou mezónovej teórie teda vieme vysvetliť charakter jadrových síl, i keď táto teória nedokáže vysvetliť vlastnosti jadier tak, ako kvantová teória. Napriek tomu nám poskytuje napríklad vysvetlenie veľkosti magnetických momentov protónu a neutrónu, o ktorých bude pojednané v kapitole „Momenty jadra“.

2. Vlastnosti (základného stavu) jadra

Tvar a hustota jadra

Atómové jadro nemá presne definovaný tvar a veľkosť, keďže nukleóny, ktoré ho tvoria, podliehajú z pohľadu kvantovej mechaniky „rozmazaným“ pravdepodobnostiam rozloženia hustoty. Jeden z prvých modelov jadra, kvapkový model vychádzal z predpokladu sférického tvaru jadra v základnom stave. Tento model je síce užitočný na popísanie určitých vlastností jadra, avšak dnes už vieme, že jadro môže okrem sférického tvaru nadobúdať rozličné iné tvary, od axiálne symetricky predĺženého tvaru (ragbyová lopta), cez axiálne symetrický sploštený tvar (hrubá palacinka alebo disk), axiálne symetrický ale reflexne asymetrický tvar (hruška), až po triaxiálny tvar bez symetrie (obr. 2.1). Niektoré jadrá vykazujú deformácie vyšších rádov, ktoré robia ich tvar ešte zložitejším.

Dlho akceptovaná myšlienka, že jadro nadobúda len jeden z týchto tvarov bola radikálne zmenená a ukázalo sa, že jadro môže pre jeden súbor energetických stavov nadobúdať jeden tvar, pokým pre iný súbor energetických hladín (prekrývajúcich sa v energiách s prvým súborom), úplne odlišný tvar. Koexistencia viacerých tvarov jadier je významnou charakteristikou jadier naprieč celou periodickou tabuľkou.

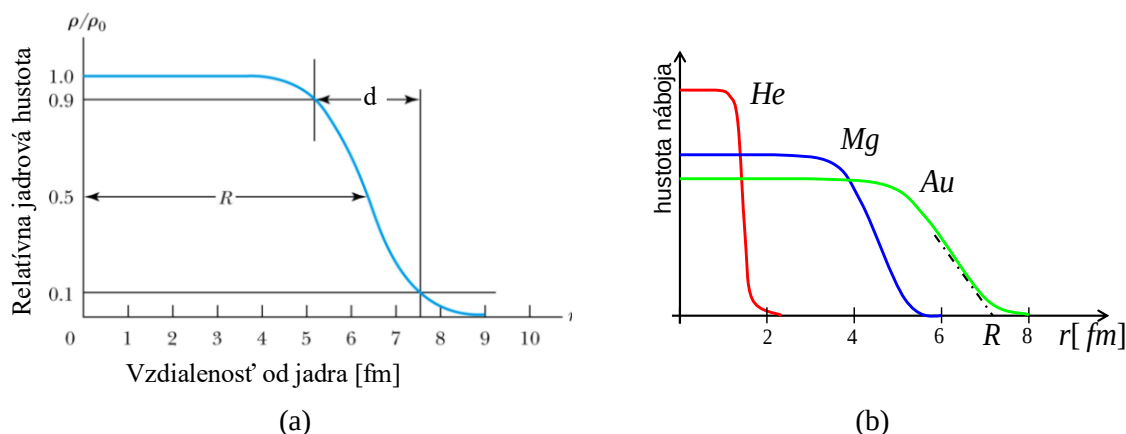


Obr. 2.1. Tvary atómového jadra: sférický (a), predĺžený sféroid (b), sploštený sféroid (c), triaxiálny tvar (d).

Tvar jadra, ako aj jeho rozmery, je možné študovať pomocou *rozptylu nabitých častíc* (elektrónov, protónov, alfa častíc) na jadre. Pri experimentoch s protónmi a alfa časticami je zrejماً odchýlka od Rutherfordovho vzťahu pre rozptyl z dôvodu prítomnosti jadrových interakcií. V prípade elektrónov je skúmanie tvaru a *jadrovej hustoty* ako funkcie vzdialenosti od stredu jadra zjednodušené tým, že nepodliehajú jadrovým silám, ale len Coulombovej interakcii.

Mohli by sme očakávať, že čím viac nukleónov sa nachádza v jadre, tým je väčšia príťažlivá sila medzi nukleónmi, a teda následne aj väčšia jadrová hustota, pričom jadrová hustota by následne klesala smerom od stredu jadra. Experimenty však vyvrátili takéto predpoklady a ukázali, že jadrová nábojová hustota je konštantná ako funkcia vzdialenosti od jadra (Obr. 2.2 (a)), a tiež konštantná s presnosťou 10 % pre nukleónové čísla $A = 10 \div 250$. Konštantný priebeh jadrovej hustoty vo vzťahu k vzdialenosti od stredu jadra a k hmotnostnému číslu nám teda dáva dôležitý dôkaz nasýteného charakteru jadrových síl.

Na obr. 2.2 (b) sú znázornené jadrové hustoty ρ zistené z meraní rozptylov nabitých častíc na jadrách ako funkcia vzdialenosti od stredu jadier, r . Je zrejماً, že v týchto experimentoch sa nevyšetruje jadrová hmotnostná hustota, ale *nábojová hustota*, keďže neutróny s nulovým elektrickým nábojom



nepodliehajú Coulombovej sile. Predpokladáme však, že neutrónová hustota sa správa analogicky ako nábojová hustota (hustota protónov). Existujú dôkazy potvrdzujúce tento predpoklad, hoci experimenty umožňujúce vyšetrovanie hustoty rozloženia neutrónov sú extrémne komplikované. Výnimku tvoria niektoré exotické jadrá s významným nadbytkom neutrónov veľmi ďaleko od oblasti stability, napr. $^{11}_3\text{Li}_8$, ktoré vykazujú tzv. neutrónové halo na vonkajšom povrchu, takže ich neutrónová hustota nekopíruje protónovú hustotu.

Obr. 2.2. Schematická závislosť relatívnej hustoty jadier od vzdialenosti od stredu jadra demonštrujúca hrúbku „rozmazanej“ oblasti, d (a), experimentálne zistená závislosť jadrovej hustoty od vzdialenosti pre vybrané prvky (b).

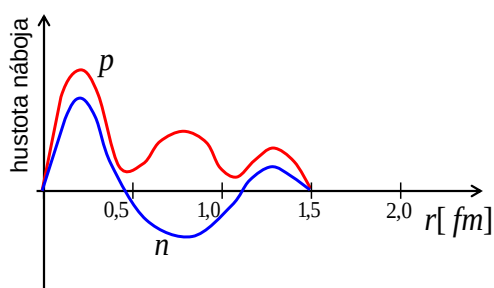
Závislosť jadrovej hustoty od vzdialenosti od stredu jadra sa nazýva *Fermiho distribúcia*. Závery vyplývajúce z jej priebehu môžeme sformulovať nasledovne:

1. Vnútri jadra je jadrová hustota približne **konštantná** pre jadrá od ^{40}Ca po ^{209}Bi (pozorujeme len slabú závislosť na Z a/alebo A). V prípade ľahkých jadier pozorujeme prudký pokles jadrovej hustoty.

2. V blízkosti okraja jadra postupne klesá na nulu, pričom sa vytvára tenká „**rozmazaná**“ **hranica**, v prípade stredných a ťažkých jadier približne $d \sim 2,4 \times 10^{-15} \text{ m}$. (Pre niektoré jadrá, napr. ${}^{191}_{73}\text{Ta}$, ${}^{180}_{72}\text{Hf}$, ${}^{238}_{92}\text{U}$ je hranica d podstatne väčšia, čo je dané tvarom týchto jadier.)
3. Jadrová hustota v strede jadra má **približne rovnakú hodnotu pre rôzne jadrá**, rádovo $\rho = 0,17 \times 10^{39} \text{ nukleónov/m}^3$, t.j. $2,7 \times 10^{17} \text{ kg/m}^3$.

Prvé dva body sú konzistentné s kvapkovým modelom jadra, pričom prvý bod je dôkazom, že jadrové sily majú charakter nasýtených síl. Tretí bod súvisí s kátkodosahovým charakterom jadrových síl.

Ako bude ukázané v ďalšom (kapitola „Momenty jadra“), zistilo sa, že ani vnútri nukleónov nie je náboj rozložený rovnomerne, ale jeho distribúcia zodpovedá trom bodovým časticiam, ako demonštruje obr. 2.3.



Obr. 2.3. Rozloženie hustoty náboja v protóne (p) a v neutróne (n).

Polomer jadra

Prvé predstavy o konečnom polomere atómového jadra boli získané v roku 1909 pri experimente s rozptylom alfa častíc na zlatej fólii, ktoré zrealizovali H. Geiger a E. Marsden pod vedením E. Rutherforda. Nasledovali ďalšie pokusy o spresnenie výsledkov, pričom rozptyl častíc zostal výhodnou a často používanou technikou.

Polomer jadra získaný rôznymi metódami vychádza buď zo zisťovania *rozloženia elektrického náboja na jadre* (Coulombova elektromagnetická interakcia), alebo z *rozloženia jadrovej hustoty, resp. hmoty* (silná jadrová interakcia). Experimentálne techniky sú založené zväčša na rozptyle mikroskopických častíc na jadre (elektróny, protóny, neutróny alebo alfa častice), iné metódy vychádzajú z meraní Coulombovej energie jadra (zrkadlové jadrá podliehajúce beta premene), resp. väzbovej energie, prípadne z merania energií X-lúčov vysielaných miónovými atómami (atómy, v ktorých je jeden elektrón nahradený mezónom – miónom alebo piónom). Spomedzi týchto techník sú rozptyl elektrónov, meranie Coulombovej energie jadra a meranie energie X-lúčov miónových atómov metódami umožňujúcimi určenie polomeru jadra z rozloženia Coulombovho náboja. Na druhej strane, z rozptylu neutrónov, protónov a alfa častíc alebo z alfa premene dostávame hodnoty jadrového polomeru z distribúcie jadrovej hustoty (je však zrejmé, že pri rozptyle nabitých protónov a alfa častíc musí byť zohľadnené aj Coulombove pôsobenie). Distribúcia elektrického náboja potom zodpovedá rozloženiu protónov, pričom distribúcia jadrovej hustoty predstavuje rozloženie protónov aj neutrónov v jadre.

Ako sme spomenuli vyššie, povrch jadra je „rozmazaný“ v dôsledku zákonov kvantovej mechaniky (Heisenbergov princíp neurčitosti), čo vedie k odlišným, i keď rádovo rovnakým výsledkom. Avšak teoretickým predpokladom väčšiny týchto metód je rovnomerné rozloženie elektrického náboja na jadre guľového tvaru. Existuje niekoľko definícií polomeru jadra, pričom výhodnosť ich použitia závisí od

zvolenej metódy. Všetky sú však navzájom previazané, a preto vzájomne porovnateľné. V ďalšom uvedieme podstatu niektorých metód na určenie jadrových polomerov:

a) *Pružný rozptyl rýchlych elektrónov*

Pružný rozptyl elektrónov vysokých energií na jadre je veľmi rozšírenou technikou zisťovania polomeru jadra, keďže interakcia medzi elektrónmi a jadrom je čisto Coulombova, a teda experimenty poskytujú informácie o rozložení elektrického náboja na jadre. Experiment tohto typu prvýkrát zrealizoval R. Hofstadter.

Elektrón v kvantovomechanickom prístupe vnímame ako vlnu, pričom de Broglieho vlnová dĺžka elektrónu, λ , je rovná:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (2.1)$$

kde h je Planckova konštanta a p je hybnosť elektrónu.

Celková energia elektrónu je daná súčtom jeho pokojovej a kinetickej energie $E = E_k + E_R$, pričom v relativistickom prístupe platí, že $E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$. Keďže celková energia elektrónu je podstatne vyššia ako jeho pokojová energia $E \gg m_0 c^2$ (511 keV), môžeme kinetickú energiu elektrónu vyjadriť v tvare $E_k = pc$. Potom vzťah medzi vlnovou dĺžkou a kinetickou energiou je:

$$\lambda = \frac{hc}{E_k} = \frac{1.24 \times 10^{-12}}{E_k} \quad (2.2)$$

kde λ je vlnová dĺžka v metroch a E_k je kinetická energia v MeV.

Môžeme si všimnúť, že na dosiahnutie vlnovej dĺžky porovnateľnej s rozmermi jadra (10^{-14} m), potrebujeme elektróny s energiou okolo 120 MeV. Reálne experimenty však používajú podstatne vyššie energie elektrónov, rádovo stovky MeV až cez 1 GeV.

Podstata experimentu spočíva v pozorovaní difrakčných efektov vznikajúcich dopadom elektrónov na rôzne časti jadra, pričom predpokladáme, že jadro má guľový tvar a elektrický náboj je na ňom rozložený rovnomerne. Elektróny sú rozptyľované pod rôznymi uhlami a interferenciou v rôznych smeroch vznikajú difrakčné maximá a minimá. Z výsledkov analýzy priestorového rozloženia rozptýlených elektrónov môžeme potom získať informácie o polomere atómového jadra.

Existuje veľké množstvo dát z experimentov realizovaných na prvkoch od vodíka až po bizmut, pričom hodnoty jadrového polomeru získané metódou pružného rozptylu elektrónov sú v porovnaní s ostatnými technikami najpresnejšie. Tieto experimenty dávajú výsledky:

$$R = (1,2 \text{ až } 1,3) \times 10^{-15} A^{1/3} \text{ m} \quad (2.3)$$

V prípade tejto metódy sa často používa definícia tzv. **stredného kvadratického polomeru** (rms – „root mean square“), $R = \sqrt{\langle r^2 \rangle}$. Keďže okraj jadra nemá presnú hranicu, elektrón „vidí“ škálu účinných prierezov (pravdepodobností interakcií), pre ktoré sa môže uvažovať stredná hodnota z nich. Druhá mocnina vystupuje v definícii z toho dôvodu, že účinný prierez je úmerný druhej mocnine polomeru (predstavuje plochu, viď nižšie – rozptyl neutrónov).

b) Rozptyl rýchlych neutrónov

Keďže neutróny nenesú elektrický náboj, a tým pádom nepodliehajú Coulombovým silám, môžeme očakávať, že experimenty založené na absorpcii alebo rozptyle neutrónov budú jednoduchšie interpretovateľné v zmysle jadrového polomeru ako experimenty pomocou nabitých častíc. Avšak aj tu narážame na problémy. Aby neutróny dosiahli de Broglieho vlnovú dĺžku porovnateľnú s rozmermi jadra, musia mať veľmi vysoké energie. Kinetickú energiu neutrónov môžeme určiť použitím relativistického vzťahu, pričom zohľadníme pokojovú energiu neutrónu $E_R = m_0 c^2 = 939 \text{ MeV}$:

$$E_k = E - m_0 c^2 = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} - m_0 c^2 = 8 \text{ MeV} \quad (2.4)$$

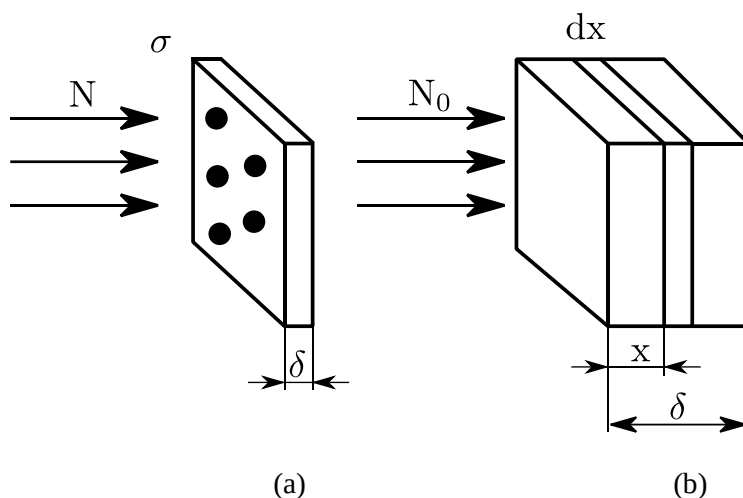
Vidíme teda, že na experimenty sú potrebné neutróny s energiami nad 8 MeV, pričom i napriek vysokým energiám sú ľahké prvky pre neutróny „neviditeľné“.

Napriek tomu táto metóda poskytuje možnosť dostatočne presného určenia polomerov jadier. Vychádzajme z účinného prierezu interakcie, σ , čo je veličina, ktorá udáva pravdepodobnosť interakcie a pre rýchle neutróny sa určuje nasledovne:

Ak N je tok neutrónov dopadajúci na 1 m^2 tenkého terčika (Obr. 2.4 (a)), potom *mikroskopický účinný prierez* interakcie neutrónu s jadrom je daný vzťahom:

$$\sigma = \frac{dN}{N n \delta} \quad (2.5)$$

kde dN je počet interakcií, n je koncentrácia jadier v terčíku a δ je hrúbka terčika. Zo vzťahu (2.5) vyplýva, že relatívne množstvo interagujúcich neutrónov je dané plochou terčika $dS = \sigma n \delta$, ktorá je zaplnená jadrami, pričom účinnému prierezu σ môžeme pripísať fyzikálny zmysel geometrického prierezu jadra.



Obr. 2.4. Účinný prierez reakcií.

V prípade hrubého terčika sa hustota toku neutrónov mení s jeho hrúbkou x a pre určenie počtu neutrónov, ktoré prešli terčíkom, treba zostaviť diferenciálnu rovnicu pre hrúbku vrstvy terčika dx v hĺbke x :

$$dN = -N(x) n \sigma dx \quad (2.6)$$

kde $N(x)$ je tok neutrónov, ktoré prešli hrúbkou terčika x a dx je hrúbka vrstvy (Obr. 2.4 (b)). Riešenie tejto diferenciálnej rovnice má tvar:

$$N(x) = N_0 e^{-n\sigma x} \quad (2.7)$$

kde N_0 je pôvodný počet neutrónov.

Účinný prierez interakcie rýchlych neutrónov s jadrami je potom možné určiť zmeraním zoslabenia intenzity neutrónového toku $N(\delta)/N_0$ po prechode hrúbkou δ , pričom

$$\sigma = -\frac{\ln \frac{N(\delta)}{N_0}}{n\delta} \quad (2.8)$$

Na určenie polomeru jadra je potrebné vyjadriť účinný prierez σ pomocou polomeru jadra R . Keďže fyzikálny zmysel účinného prierezu je plocha, v tomto prípade rovnajúca sa prierezu jadra πR^2 , a k tomu uvažíme, že interakcia rýchlych neutrónov s jadrom sa realizuje najmä prostredníctvom dvoch mechanizmov – pružných a nepružných zrážok, bude celkový účinný prierez:

$$\sigma = 2\pi R^2 \quad (2.9)$$

Ak experimentálne určíme zoslabenie neutrónového zväzku, vieme potom vypočítať polomer jadra R . Experimenty s neutrónmi energií 14 a 25 MeV dávajú hodnoty $R = 1,14 \times 10^{-15} A^{1/3} m$, pre energie 90 MeV dostávame $R = 1,37 \times 10^{-15} A^{1/3} m$. O niečo menšie hodnoty sa dosiahli s rýchlymi neutrónmi (energie 1,46 GeV): $R = 1,28 \times 10^{-15} A^{1/3} m$.

Metódy určovania polomeru atómových jadier založené na štúdiu interakcií neutrónov, vedú tak k výsledku: $R = (1,1 \text{ až } 1,4) \times 10^{-15} A^{1/3} m$.

c) Rozptyl alfa častíc a protónov

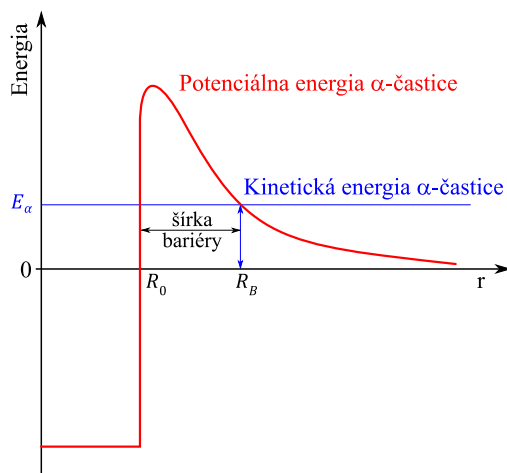
V prípade interakcie protónov a alfa častíc s jadrom je potrebné uvažovať s krátkodosahovou silnou jadrovou interakciou sprevádzanou d'alekodosahovým Coulombovým pôsobením. Rozptyl alfa častíc zrealizovaný E. Rutherfordom bol prvým experimentom smerujúcim k určeniu polomeru jadra ktorý ukázal, že jadrový polomer musí byť menší, ako tzv. krátkodosahová vzdialenosť.

Na odhad vzdialenosti krátkeho dosahu, d_0 , uvažujme alfa časticu (dvakrát ionizované jadro hélia nesúce elektrický náboj $2e$) s počiatočnou kinetickou energiou E_k , nachádzajúcu sa v Coulombovom poli jadra s nábojom Ze . Na obr. 2.5 je znázornený priebeh potenciálnej energie alfa častice, E_p , ako funkcia vzájomnej vzdialenosti stredov jadra a alfa častice, r . Jadrové sily pôsobia na alfa časticu vo vzdialenosti $r < R_0$ a Coulombov potenciál je nepriamo úmerný vzdialenosti stredov jadier pre $r > R_0$. Vidíme, že vniknutiu alfa častice do jadra bráni tzv. potenciálová bariéra (viac v kapitole...alfa premena). Vo vzdialenosti r od stredu jadra bude kinetická energia alfa častice daná zákonom zachovania energie:

$$E'_k = E_k - E_p = E_k - k \frac{2Ze^2}{r} \quad (2.10)$$

Pri približovaní sa alfa častice k jadru je alfa častica v dôsledku pôsobenia odpudivej Coulombovej sily spomaľovaná, pričom pri priblížení sa na vzdialenosť krátkeho dosahu (d_0) na okamih zastane a zmení smer. Z nulovej kinetickej energie v okamihu zastavenia potom môžeme určiť vzdialenosť d_0 :

$$d_0 = k \frac{2Ze^2}{E_k} \quad (2.11)$$



Obr. 2.5. Potenciálová bariéra pre alfa časticu.

Pre typické hodnoty energií alfa častíc z rádioizotopových zdrojov ($4 - 8 \text{ MeV}$) dostávame hodnoty d_0 približne $10 - 20 \text{ fm}$ pre meď a $30 - 60 \text{ fm}$ pre urán. Pri rozptyle na ľahších prvkoch boli pozorované isté odchýlky, pričom za hodnotu reprezentujúcu polomer jadra sa zobrala vzdialenosť, na ktorej sa prejavovali odchýlky od Coulombovho zákona (napríklad pre hliník 7 fm).

Lubovoľná kladne nabitá častica podliehajúca pôsobeniu jadrových síl môže byť analogicky použitá na skúmanie vzdialenosti od stredu jadra po hranicu, kde pôsobnosť príťažlivej jadrovej sily významnejšie prevažuje pôsobenie odpudivej Coulombovej sily. Protóny sú najjednoduchšou voľbou, a preto sú často využívané na experimenty tohto typu.

Dosiahnuté výsledky zistených polomerov závisia od použitej aproximácie potenciálovej jamy. Hrubá aproximácia pomocou pravouhlej potenciálovej jamy vedie len k približným výsledkom, pričom (hodnoty r_0 zistené z rozptylu protónov sa pohybujú od $1,35$ do $1,6 \text{ fm}$). Presnejšie výsledky je možné dosiahnuť použitím analytického vzťahu - tzv. Woods-Saxonovho potenciálu, čo je aproximácia jadrového potenciálu vychádzajúca z experimentálnych dát, popisujúca jeho priebeh mierne naklonenou závislosťou v porovnaní s pravouhlým tvarom.

d) Alfa premena

Nie len častice približujúce sa k jadrú sú ovplyvnené existenciou potenciálovej bariéry, ale aj nabité častice existujúce vnútri jadra, ktoré jadro opúšťajú. Príkladom je rádioaktívna alfa premena, pri ktorej sa alfa častica dostáva mimo pôsobnosť jadrových síl, pričom musí prekonať potenciálovú bariéru. Prechod cez potenciálovú bariéru je kvantovo-mechanický proces charakterizovaný pravdepodobnosťou (tzv. tunelový mechanizmus). Pravdepodobnosť tohto prechodu, a tým pádom doba života (resp. doba polpremeny) veľmi silne závisia od výšky potenciálovej bariéry, ktorú musí alfa častica prekonať, a tým pádom aj od jadrového polomeru, od ktorého nie je odpudivá Coulombova sila kompenzovaná príťažlivou jadrovou silou. Keďže vzťah medzi dobou života charakterizujúcou alfa premenu a energiou emitovanej alfa častice je veľmi dobre kvantovo-mechanickou teóriou popísaný, je možné z experimentálne zistenej doby polpremeny a energie alfa premeny určiť polomer jadra. Pri použití modelu pravouhlej potenciálovej jamy dostávame týmto spôsobom pre prvky s A väčším ako 208 hodnoty polomerov medzi $1,4$ a $1,5 \text{ fm}$.

Merania uskutočnené rôznymi metódami na tých istých jadrách vedú približne rovnakým výsledkom. Skutočnosť, že v rôznych metódach sa merajú rôzne fyzikálne veličiny a výsledky sú rovnaké, svedčí o tom, že protóny a neutróny sú rozložené v jadre približne rovnako. Ďalej možno povedať, že všetky experimenty potvrdili predpoklad o približne guľovom tvare jadra. Keďže jadrová hustota je konštantná a nezávislá od nukleónového čísla A , počet protónov a neutrónov v jednotke objemu je približne konštantný:

$$\frac{A}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cong \text{konšt.} \quad (2.12)$$

a teda polomer jadra je úmerný tretej odmocnine nukleónového čísla A :

$$R^3 \propto A, \text{ resp. } R \propto A^{1/3}.$$

Pre polomer jadra teda platí v prvom priblížení vychádzajúcom z jeho sférického tvaru všeobecný vzťah:

$$R = r_0 A^{1/3}, \quad (2.13)$$

kde r_0 je konštanta úmernosti určená experimentálne, pričom môže nadobúdať hodnoty $r_0 = (1,0 \div 4,5) \times 10^{-15} \text{ m}$, pričom najpravdepodobnejšia a pre väčšinu aplikácií najpoužívanější hodnota r_0 je $1,25 \times 10^{-15} \text{ m}$. Hodnota r_0 vychádza o niečo menšia pri jej určovaní z rozptylu elektrónov v porovnaní s rozptylovými pokusmi s neutrónmi, čo svedčí o tom, že jadrová hmota a jadrový náboj nie sú vnútri jadra rozložené celkom rovnako.

Pre polomer jadra teda dostávame všeobecne platný vzťah:

$$R = 1,25 \times 10^{-15} A^{1/3} \text{ m} = 1.25 A^{1/3} \text{ fm} \quad (2.14)$$

kde fm je skratka od femtometer, teda 10^{-15} m , čo je jednotka dĺžky vhodná pre vyjadrovanie vzdialeností v atómovej fyzike. Často používanou jednotkou, s ktorou sa v literatúre môžeme stretnúť namiesto fm je jednotka nazvaná na počesť E. Fermiho – *fermi*, pričom $1 \text{ fm} = 1 \text{ fermi} = 1 \times 10^{-15} \text{ m}$.

Keď použijeme vzťah (2.14) na výpočet polomeru jadra ^{27}Al a ^{216}Ra , dostaneme hodnoty $R_{\text{Al}} = 3,6 \text{ fm}$ a $R_{\text{Ra}} = 7,2 \text{ fm}$. Vidíme teda, že rádiu s 8-násobným počtom nukleónov v porovnaní s hliníkom má len dvojnásobne väčší jadrový polomer.

Existujú však početné výnimky z tejto úmery, niektoré nuklidy majú jadrá podstatne väčšie. Napríklad jadro deutéria a trícia sú väčšie ako jadro hélia. Podobne jadrá olova ^{181}Pb a ^{183}Pb sú väčšie, ako izotopy ^{182}Pb , ^{184}Pb , ^{186}Pb až ^{197}Pb . Ďalšiu výnimku tvoria tzv. halo-jadrá, o ktorých sme sa zmienili vyššie.

Keď sa pozrieme na rozloženie náboja vnútri protónu, štúdium rozptylu elektrónov vysokej energie na protónoch a neutrónoch ukázalo, že polomer rozloženia náboja vnútri protónu je $0,8 \times 10^{-15} \text{ m}$. Polomer rozloženia magnetického momentu v protóne a neutróne sú približne rovnaké, a to $0,8 \times 10^{-15} \text{ m}$. Ak vezmeme polomer rozloženia hmotnosti v protóne približne sa rovnajúci polomeru rozloženia náboja, potom pre hustotu rozloženia hmotnosti vnútri nukleónu dostaneme hodnotu

$0,4 \times 10^{18} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, čo je 3-krát väčšia hustota ako vnútri jadra. Z tohto dôvodu je jadro zaplnené len na 1/3 aj napriek jeho obrovskej hustote.

Pre úplnosť sa zmienime aj o polomere „najstaršej“ elementárnej častice - elektrónu. Polomer elektrónu odvodený na základe predstáv elektrostatiky a teórie relativity označujeme ako klasický polomer elektrónu. Predstavuje veľkosť elektrónu za predpokladu, že celá jeho hmotnosť je určená vlastnou elektrostatickou potenciálnou energiou. Takto určený klasický polomer elektrónu ($2,8 \times 10^{-15} \text{ m}$) nezodpovedá skutočnej veľkosti elektrónu. Výsledky experimentov z oblasti fyziky elementárnych častíc naznačujú, že polomer elektrónu je menší ako 10^{-22} m .

3. Momenty jadra

Mechanický moment hybnosti jadra

V roku 1924 vyslovil Pauli hypotézu o existencii jadrového spinu (momentu hybnosti). Pôvod existencie spinu bolo však možné vysvetliť až po objave neutrónu Chadwickom v roku 1932.

Protón a neutrón, podobne ako elektrón, majú nenulový *moment hybnosti* $\vec{J}$, ktorý je určený *orbitálnym momentom hybnosti* $\vec{l}$ vznikajúcim pohybom nukleónu v jadre a *vlastným (intrinzičným) spinovým momentom hybnosti* $\vec{s}$ (v literatúre môžeme nájsť zjednodušenú predstavu analógie s rotačným pohybom okolo vlastnej osi). Všetky momenty hybnosti sú kvantované čo do veľkosti i smeru. Ich veľkosť vyjadrujeme pomocou redukovanej Planckovej konštanty $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (čítaj „há trans“). K popisu spinového momentu hybnosti $\vec{s}$ sa používa *spinové kvantové číslo* s . Veľkosť spinového momentu hybnosti súvisí so spinovým kvantovým číslom vzťahom $|\vec{s}| = \hbar\sqrt{s(s+1)}$. Experimentálne výsledky merania spinu protónu a neutrónu ukázali, že obidve tieto častice, podobne ako elektrón, sú fermióny, a teda spinové kvantové číslo môže nadobúdať jedinú hodnotu $s = 1/2$. Veľkosť orbitálneho momentu hybnosti $\vec{l}$ určuje vedľajšie kvantové číslo l vzťahom $|\vec{l}| = \hbar\sqrt{l(l+1)}$, pričom vedľajšie kvantové číslo pre nukleóny môže nadobúdať celočíselné hodnoty $l = 0, 1, 2, \dots$ (na rozdiel od elektrónov, kde $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$, kde n je hlavné kvantové číslo charakterizujúce energiu hladiny).

Vektory orbitálneho a spinového momentu hybnosti individuálnej častice navzájom interagujú, pričom výsledkom tejto tzv. spin-orbitálnej interakcie je výsledný moment hybnosti nukleónu, $\vec{J}$. Ak celkový moment hybnosti k -tehu nukleónu $\vec{J}_k$ je daný vektorovým súčtom jeho orbitálneho momentu $\vec{l}_k$ a spinového momentu $\vec{s}_k$:

$$\vec{J}_k = \vec{l}_k + \vec{s}_k \quad (3.1)$$

potom celkový moment hybnosti jadra je vektorovým súčtom momentov hybnosti všetkých nukleónov v jadre:

$$\vec{J} = \sum_{k=1}^A \vec{J}_k \quad (3.2)$$

Celkový moment hybnosti sa často nazýva *spin jadra*, avšak treba mať na pamäti, že je určený nielen vlastným momentom hybnosti, ale aj orbitálnym pohybom. (V literatúre môžeme nájsť aj označenie $\vec{I}$).

Najdôležitejšou vlastnosťou momentu hybnosti je jeho diskretnosť. Veľkosť celkového momentu hybnosti jadra $\vec{J}$ môže nadobúdať len nasledovné hodnoty:

$$|\vec{J}| = \hbar\sqrt{J(J+1)} \quad (3.3)$$

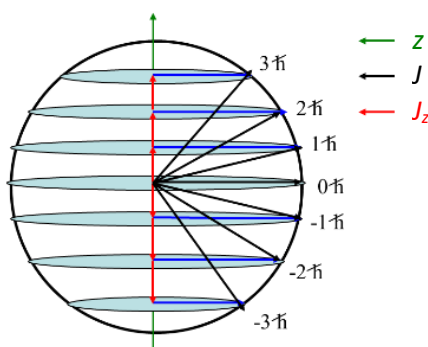
kde J je celé alebo polocéle číslo $J = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$.

Kvantovaná je nie len veľkosť celkového momentu hybnosti jadra, ale aj jeho smer. Projekcia $\vec{J}$ na ľubovoľnú os, napr. os z , bude:

$$J_z = m_J \hbar \quad (3.4)$$

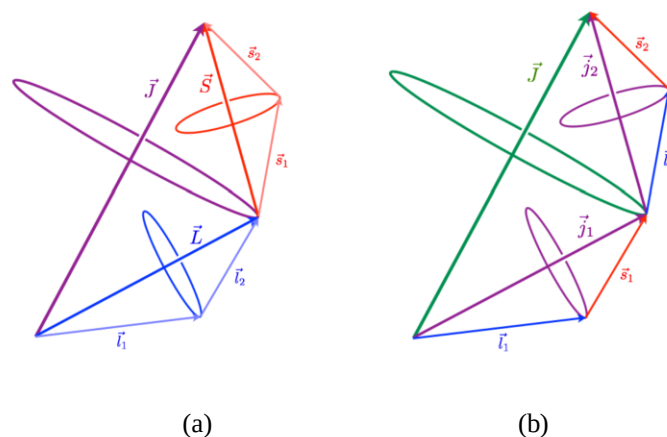
kde m_J je magnetické kvantové číslo celkového orbitálneho momentu, pre ktoré platí: $m_J = -j, -j + 1, -j + 2, \dots, 0, \dots, j - 2, j - 1, j$. Priemet vektora $\vec{J}$ do smeru osi z je potom rovný $J_z = \hbar j$; $\hbar(j - 1)$; $\dots$, $-\hbar j$, t.j. môže nadobúdať spolu $2J + 1$ hodnôt (Obr. 3.1).

Experimentálne určenie spinov (momentov hybnosti) je možné napríklad sledovaním hyperjemnej štruktúry optických spektier alebo sledovaním správania sa jadier v magnetickom poli. Obidve metódy berú do úvahy vzájomný súvis spinu a magnetického momentu jadra, o ktorom bude pojednané v nasledovnej kapitole.



Obr. 3.1. Priemet celkového momentu hybnosti na os z demonštrujúca diskretnosť hodnôt, ktoré môže J_z nadobúdať ($2J + 1$ hodnôt).

Vzájomná interakcia orbitálnych a spinových momentov hybností nukleónov nie je celkom preskúmaná. Ukazuje sa, že existujú dve možnosti interakčných módo, pričom v realite sa uplatňuje buď jeden z nich, alebo ich kombinácia. Prvý mód nazývame *LS-väzba* (alebo *Russel-Saundersova väzba*), ktorá vychádza z predpokladu dominujúcej interakcie medzi orbitálnymi momentami hybností nukleónov, resp. medzi ich vlastnými momentami hybností, pričom interakcia orbitálneho pohybu nukleónu s jeho spinom (spin-orbitálna interakcia) je slabá až zanedbateľná. Celkový moment hybnosti jadra je potom určený z výsledných orbitálnych, resp. spinových momentov hybností nukleónov nasledovne: $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} = \sum_{i=1}^k \vec{l}_i + \sum_{i=1}^k \vec{s}_i$ (Obr.3.2 (a)). Druhý mód interakcie vychádza z predpokladu silnej spin-orbitálnej interakcie v rámci jedného nukleónu. Celkový spin jadra je potom daný vektorovým súčtom momentov hybností nukleónov $\vec{J} = \sum_{i=1}^k \vec{j}_i$. Tento typ interakcie (nazývaný tiež *jj-väzba*) je dominujúci a uplatňuje sa najmä v prípade veľmi ťažkých jadier (Obr.3.2 (b)).



Obr. 3.2. Spin-orbitálna interakcia: LS-väzba (a), jj-väzba (b).

Základné zákonitosti súvisiace so spinom môžeme zhrnúť do nasledovných bodov:

1. Pre párne nukleónové čísla A sú spiny vždy celočíselné a pre nepárne A je spin vždy polovičný.
2. Spiny všetkých páro-párnych jadier (párne Z , párne N) v základnom stave sú nulové. To znamená, že na párovaní sa zúčastňujú dva rovnaké nukleóny s opačnou orientáciou momentov hybnosti, takže výsledný moment je nulový. V prípade vzbudzených stavov jadier je situácia zložitejšia a spiny páro-párnych jadier môžu byť nenulové.
3. Spiny ostatných stabilných jadier neprevyšujú hodnotu $\frac{9}{2}$, čo je malá hodnota v porovnaní so sumou absolútnych hodnôt spinov a orbitálnych momentov všetkých nukleónov v jadre. Táto skutočnosť svedčí o tom, že väčšina nukleónov je spojená v uzavretých sférach (hladinový, alebo sférový model jadra), ktoré majú sumárny moment hybnosti nulový a výsledný moment jadra je tvorený nukleónmi vonkajších neobsadených hladín.

Magnetický dipólový moment jadra

Štúdium momentov jadra bolo podnietené potrebou vysvetliť hyperjemnú štruktúru spektrálnych čiar. V súlade s Pauliho hypotézou, jadro môže mať nie len spin, ale aj magnetický dipólový moment, ktorý interaguje s magnetickým poľom vytvoreným pohybom elektrónov v atómovom obale. V dôsledku tohto vzájomného pôsobenia elektróny získavajú doplnkovú energiu závisiacu od hodnoty magnetického momentu jadra a od jeho orientácie vzhľadom na smer magnetického poľa elektrónov. Smer magnetického momentu jadra môže mať len niektoré dovolené orientácie vzhľadom na smer magnetického poľa elektrónov. Preto energia vzájomnej interakcie nadobúda diskkrétne hodnoty, ktorých počet závisí od spinu jadra.

Pohybujúci sa elektrický náboj vytvára elementárnu prúdovú slučku, ktorej magnetické pole môžeme charakterizovať magnetickým momentom $\vec{\mu} = I\vec{S}$, kde $I = \frac{dq}{dt} = e \frac{\varpi}{2\pi} = \frac{ev}{2\pi r}$ je prúd vznikajúci pohybom elementárneho náboja veľkosti e uhlovou rýchlosťou ω a $\vec{S}$ je vektor kolmý na plochu opísanú pohybujúcou sa časticou, ktorej veľkosť je $S = \pi r^2$. Potom pre veľkosť magnetického momentu dostávame: $\mu = \frac{evr}{2} = \frac{ermv}{2m} = \frac{e}{2m} L$, kde $L = rp = rmv$ je veľkosť mechanického momentu hybnosti častice o hmotnosti m . Dostali sme teda vzťah medzi magnetickým momentom μ a mechanickým momentom hybnosti L . Ak označíme $\gamma = \frac{e}{2m}$, dostaneme $\mu = \gamma L$. Koeficient γ sa nazýva gyromagnetický pomer.

Z tohto vzťahu tiež vyplýva konštanta používaná na vyjadrovanie jadrových magnetických momentov. Keďže mechanické momenty hybnosti udávame v redukovanej Planckovej konštante $\hbar$, prirodzeným rozmerom magnetického momentu bude tzv. *jadrový magnetón*, μ_N , ktorý je definovaný v jednotkách SI nasledovne:

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = 5,050\,783 \times 10^{-27} \text{ J/T } (\text{Am}^2) \quad (3.5)$$

kde m_p je hmotnosť protónu a e je náboj elektrónu. Keďže protón je 1836-krát ťažší ako elektrón, jadrový magnetón je 1836-krát menší ako Bohrov magnetón ($\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9,274\,009 \times 10^{-24} \text{ J/T}$). Z tohto dôvodu je aj hyperjemné štiepenie asi 1000-krát jemnejšie v porovnaní s jemnou štruktúrou.

Magnetický moment nukleónu $\vec{\mu}_J$ vzniká orbitálnym pohybom náboja, ako aj v dôsledku existencie vlastného momentu hybnosti (spinu) nukleónu. Môžeme ho preto vyjadriť analogicky k mechanickému momentu nukleónu sumou orbitálneho ($\vec{\mu}_l$) a spinového ($\vec{\mu}_s$) magnetického momentu:

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_l + \vec{\mu}_s \quad (3.6)$$

pričom

$$\vec{\mu}_l = \frac{e}{2m_p} g_l \vec{l} = \mu_N g_l \frac{\vec{l}}{\hbar} \quad \text{a} \quad \vec{\mu}_s = \frac{e}{2m_p} g_s \vec{s} = \mu_N g_s \frac{\vec{s}}{\hbar} \quad (3.7)$$

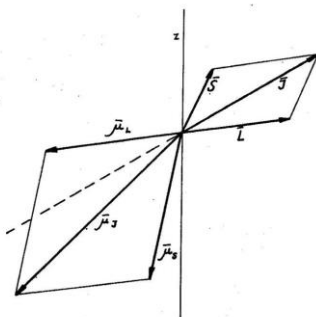
Konštanty g_l a g_s sa nazývajú *orbitálny* a *spinový g-faktor* a udávajú pomer medzi mechanickými momentami nukleónu meranými v jednotkách $\hbar$ a ich magnetickými momentami meranými v jadrových magnetónoch μ_N . G-faktory pre protón a neutrón majú nasledovné hodnoty: $g_{p,l} = 1$ a $g_{p,s} = 5,585$ pre protón a $g_{n,l} = 0$ a $g_{n,s} = -3,826$ pre neutrón. Magnetické momenty protónu a neutrónu sa teda rovnajú:

$$\vec{\mu}_p = \frac{\mu_N}{\hbar} (\vec{l} + 5,585 \vec{s}) \quad \text{a} \quad \vec{\mu}_n = \frac{\mu_N}{\hbar} (-3,826 \vec{s}) \quad (3.8)$$

Výsledný magnetický moment jadra μ_J je daný sumou orbitálnych a spinových magnetických momentov všetkých nukleónov v jadre:

$$\mu_J = \mu_L + \mu_S \quad (3.9)$$

V dôsledku rôzneho g-faktora pre protóny a neutróny, vektor magnetického momentu $\vec{\mu}_J$ nemá ten istý smer ako vektor momentu hybnosti $\vec{J}$ (Obr. 3.3).



Obr.3.3. Vektorový diagram momentov hybností a magnetických momentov jadra.

Empirické zákonitosti súvisiace s magnetickými momentami jadra môžeme zhrnúť do nasledovných bodov:

1. Magnetický moment protónu a neutrónu majú nasledovné hodnoty:
 $\mu_p = 2.792847 \mu_N, \mu_n = -1.913042 \mu_N$
 Záporné znamienko pri magnetickom momente neutrónu znamená, že jeho magnetický moment je orientovaný opačne vzhľadom na jeho mechanický moment.
2. Magnetické momenty jadier s nulovým spinom sa rovnajú nule.
3. Hodnoty magnetických momentov jadier s nenulovým mechanickým momentom (spinom) sú rádovo jadrové magnetóny. Je to dané tým, že magnetické momenty nukleónov v jadre sa navzájom kompenzujú, podobne ako mechanické momenty.
4. Magnetické momenty nie sú aditívne. Napríklad v deuteróne pozostávajúcom z protónu a neutrónu s paralelnými spinmi by sa mal magnetický moment rovnať algebraickému súčtu magnetických momentov protónu a neutrónu, teda $\mu_D = \mu_p + \mu_n = 0.879804 \mu_N$, avšak empiricky zistená hodnota magnetického momentu deuterónu je $0.857438 \mu_N$. Tento značný rozdiel (podstatne väčší ako chyba merania) naznačuje, že okrem vlastného spinu nukleónov prispieva k magnetickému momentu aj orbitálny pohyb nukleónov.
5. Magnetický moment jadra je určený vlastnými magnetickými momentami nukleónov s orbitálnymi magnetickými momentami protónov. Keďže neutróny nenesú elektrický náboj, je ich orbitálny magnetický moment nulový. Nenulový vlastný magnetický moment neutrónu naznačuje existenciu vnútornej štruktúry v neutróne v podobe distribúcie náboja v jeho vnútri. Z magnetických momentov protónu a neutrónu môžeme teda usudzovať, že nie sú bodovými časticami, ale majú vnútornú štruktúru.
6. Pretože spin jadra je kvantovaný, je kvantovaný aj jeho magnetický moment. Pravidlá kvantovej mechaniky dovoľujú, aby veľkosť magnetického momentu, ako aj jeho priemet do smeru osi z nadobúdali nasledovné diskkrétne hodnoty:

$$\mu_J = \mu_N g_J \sqrt{J(J+1)}, \quad \mu_{J,z} = \mu_N g_J m_J \quad (3.10)$$

kde g_J je efektívny g -faktor.

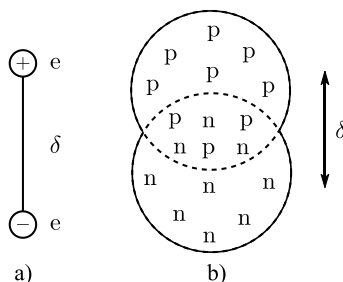
Dipólový moment jadra

Elektrické vlastnosti jadra sú určované veľkosťou elektrického náboja, ktorý je daný počtom protónov v jadre, a jeho priestorovým rozložením. Pôvodne sa predpokladalo rovnomerné sférické rozloženie náboja v súhlase s kvapkovým modelom jadra, avšak v roku 1950 R. Reinourt a o rok neskôr A. Bohr a B. Mottelson prišli s hypotézou, že tvar mnohých jadier sa pozorovateľne odkláňa od sférického tvaru.

Pod elektrickým dipólom rozumieme sústavu dvoch rovnakých elektrických nábojov veľkosti e rôzneho znamienka, ktoré sa nachádzajú vo vzdialenosti δ (Obr. 3.4 (a)). Keď vyšetrujeme elektrický potenciál vo veľkej vzdialenosti od dipólu ($r \gg \delta$), má rovnaký priebeh ako v prípade bodového náboja. Keďže celkový náboj dipólu je nulový, bude nulový aj potenciál. Takýto systém má však nenulový *dipólový moment* $D = e \cdot \delta$, ktorý je zdrojom nenulového potenciálu vo vzdialenosti porovnateľnej s veľkosťou systému (vzdialenosť r sa blíži δ). V jadre sa nachádzajú protóny s nábojom e a neutróny s nulovým elektrickým nábojom. V prípade, že ťažisko rozloženia protónov a neutrónov nie je totožné, bude mať jadro dipólový moment veľkosti:

$$D = Z \cdot e \cdot \delta \quad (3.11)$$

kde Z je náboj jadra a δ je vzdialenosť medzi ťažiskami rozloženia protónov a neutrónov v jadre (Obr. 3.4 (b)). Teória aj merania ukázali, že dipólový moment jadier v základnom stave je nulový.

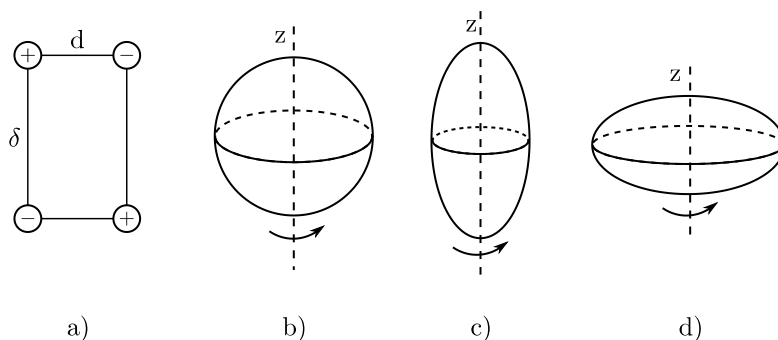


Obr.3.4. Schematické znázornenie dipólových momentov.

Kvadrupólový moment jadra

Zložitejšou charakteristikou elektrických vlastností jadra je kvadrupólový moment, ktorý charakterizuje mieru odklonu rozloženia náboja v jadre od guľovej symetrie. Najjednoduchší model kvadrupólu predstavuje dvojica rovnakých opačne orientovaných dipólov D so vzdialenosťou d (Obr. 3.5 (a)). Kvadrupólový moment takéhoto systému je:

$$Q = 2 \cdot D \cdot d = 2e \cdot \delta \cdot d \quad (3.11)$$



Obr.3.5. Schematické znázornenie kvadrupólových momentov jadra. Dvojica rovnakých opačne orientovaných dipólov D so vzdialenosťou d (a); sféricky symetrické jadro: $Q = 0$ (b); jadro pretiahnuté v smere osi z : $Q > 0$ (c); sploštené jadro: $Q < 0$ (d).

Pretože hodnota Q je úmerná δ aj d , bude mať rozmer plochy.

Elektrický kvadrupólový moment axiálne symetrického systému s rovnomerne rozloženým nábojom Ze definujeme nasledovným vzťahom:

$$Q = Z \int \rho(\vec{r})(3z^2 - r^2)dV \quad (3.12)$$

kde $Z\rho(\vec{r})$ je nábojová hustota vnútri jadra v bode s polohovým vektorom $\vec{r}$, $\vec{r}(x, y, z)$ je vzdialenosť od ťažiska a z je projekcia $\vec{r}$ na os z . Keďže $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, potom pre sféricky symetrické jadrá

bude $3z^2 = r^2$, a teda $Q = 0$. Pre jadro pretiahnuté v smere osi z bude $3z^2 > r^2$ a $Q > 0$ a pre sploštené jadro platí $3z^2 < r^2$, a teda $Q < 0$ (Obr. 3.5 (b), (c), (d)).

Za predpokladu, že jadro je rotačný elipsoid s rovnomerne rozloženým nábojom Ze , pričom c a a sú hlavné poloosi elipsoidu, dostaneme pre kvadrupólový moment jadra vzťah:

$$Q = \frac{2}{5} Z(c^2 - a^2) \quad (3.13)$$

pričom mieru deformácie voči sférickému tvaru kvantifikujeme parametrom $\delta = \frac{c-a}{R} = \frac{\Delta R}{R}$.

Je teda zrejmé, že kvadrupólový moment jadra charakterizuje *stupeň nesférickosti rozloženia náboja v jadre*. Podľa hladinového modelu jadra, jadrá so zaplnenými hladinami majú sféricky rozložený elektrický náboj. Ak náboj nie je sféricky symetrický, má jadro nenulový elektrický kvadrupólový moment. To znamená, že hodnota kvadrupólového momentu je overením platnosti teórie hladinového modelu jadra.

Kvadrupólový moment vypočítaný použitím vyššie uvedených vzťahov sa nazýva tiež *vnútorný (vlastný) kvadrupólový moment* a je meraný v sústave spojenej s jadrom (označme ho Q_0). Jeho veľkosť však nekorešponduje s experimentálne zistenými hodnotami. Meraním určujeme priemernú hodnotu zložky tenzora kvadrupólového momentu rotujúceho jadra v súradnicovej sústave fixovanej v priestore, zvyčajne definovanej vonkajším poľom, tzv. *vonkajší (pozorovateľný) kvadrupólový moment*, Q .

Experimenty ukázali, že pre jadrá s nulovým spinom J je vonkajší kvadrupólový moment Q nulový. To vedie k záveru, že kvadrupólový moment úzko súvisí so spinom jadra J . Ukázalo sa, že Q a Q_0 sú navzájom prepojené vzťahom:

$$Q = Q_0 \frac{J}{J+1} \frac{2J-1}{2J+3} \quad (3.14)$$

Zo vzťahu vidieť, že v prípade, ak $J = 0$ alebo $1/2$, je vonkajší kvadrupólový moment rovný nule, aj keď vnútorný je nenulový. Vysvetľuje sa to tým, že os symetrie jadra s $J = 0$ alebo $1/2$ je orientovaná chaoticky, takže rozloženie náboja v laboratórnej sústave je sféricky symetrické. Faktor $\frac{J}{J+1} \frac{2J-1}{2J+3}$ významne redukuje kvadrupólový moment a blíži sa k jednotke veľmi pomaly. Keď $J = 1$, má hodnotu $1/10$ a pre $J = 3/2$ je rovný $1/5$, dokonca pre hodnoty spinu $J = 9/2$ je stále ďaleko od jednotky a má hodnotu $6/11$.

Rozmerom kvadrupólového momentu je m^2 . Najčastejšie sa udáva v jednotkách používaných na meranie účinných priereзов (pravdepodobností interakcií), nazývaných *barn* (b), pričom $1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$. V závislosti od definície môžeme nájsť kvadrupólový moment udaný aj v jednotkách eb , kde e je elementárny náboj a b je barn.

Kvadrupólové momenty jadier môžu byť zistené z meraní hyperjemného štiepenia atómových spektrálnych čiar, z kvadrupólového hyperjemného štiepenia molekulových rotačných spektier alebo pomocou iných spektroskopických techník. Ich hodnoty sú veľmi rôzne, pričom v niektorých prípadoch sú viacnásobne väčšie, ako hodnoty momentov zodpovedajúce jednému nukleónu (Tab. 3.1). Je to opačný poznatok ako v prípade magnetických momentov jadra, kde celkové magnetické momenty mali hodnoty rádovo rovnajúce sa jadrovému magnetónu. Hodnoty kvadrupólového momentu v jednotkách b sú rádovo desatiny po nukleónové číslo 150, Pre vyššie nukleónové čísla dosahujú bežne okolo 2 b ,

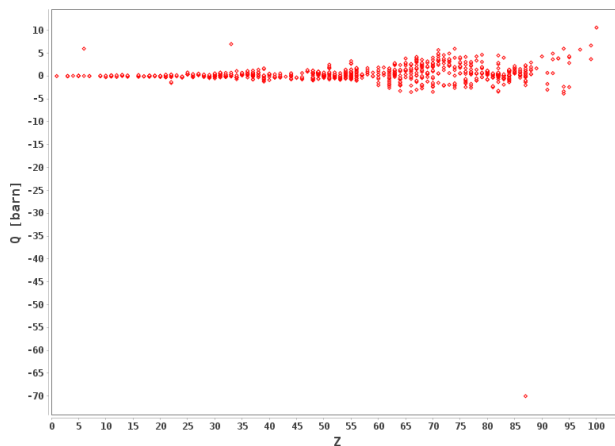
pričom maximálna hodnota je približne 8 b. Tab. 3.1 udáva hodnoty kvadrupólových momentov a magnetických dipólových momentov vybraných jadier.

Môžeme si všimnúť, že kvadrupólový moment deuterónu (2H) nie je nulový, čo potvrdzuje, že deuterón v základnom stave nie je sféricky symetrický. Vysoká hodnota kvadrupólového momentu zistená pre ťažké jadrá, ako napr. ^{176}Lu alebo ^{241}Pu , poukázala na fakt, že tvar týchto jadier sa významne odlišuje od sférického tvaru, pričom kladné znamienko indikuje pretiahnutý tvar. Z hodnôt uvedených v tabuľke tiež vidíme, že jadrá s celkovým spinom $J = 0$ alebo $1/2$ majú nulový kvadrupólový moment.

Graf závislosti meraním zistených hodnôt kvadrupólového momentu jadra od protónového, resp. neutrónového čísla ukazuje narastajúcu tendenciu kvadrupólového momentu zvyšovaním Z alebo N , a tiež osobitnú úlohu magických hodnôt počtu protónov alebo neutrónov (2, 8, 20, 28, 82 a 126), pri ktorých je kvadrupólový moment blízky nule (sféricky symetrické jadrá). Ďalej si môžeme všimnúť, že väčšina ťažkých jadier má silne pretiahnutý tvar ($Q > 0$).

Tab. 3.1. Experimentálne hodnoty jadrových spinov, magnetických dipólových momentov a elektrických kvadrupólových momentov pre vybrané jadrá.

<i>Jadro</i>	<i>Spin J [ħ]</i>	<i>Magnetický dipólový moment μ [μ_N]</i>	<i>Elektrický kvadrupólový moment Q_e [b]</i>
n	1/2	−1.9131	0
1H	1/2	2.7928	0
2H	1	0.8574	0.00282
3H	1/2	2.9789	0
3He	1/2	−2.1275	0
4He	0	0	0
7Li	3/2	3.2563	−0.045
^{12}C	0	0	0
^{13}C	1/2	0.7024	0
^{176}Lu	7	3.1800	8.0
^{235}U	7/2	−0.35	4.1
^{238}U	0	0	0
^{241}Pu	5/2	−0.730	5.6



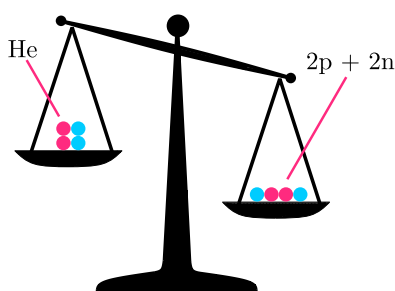
Obr. 3.6. Kvadrupólový moment jadier ako funkcia protónového čísla Z .

4. Väzbová energia jadra

Presné určenie hmotností protónu a neutrónu dovoľujú porovnať hmotnosť atómového jadra m so súčtom hmotností všetkých nukleónov, z ktorých sa jadro skladá. Toto porovnanie ukázalo, že hmotnosť každého jadra $m(A, Z)$ je menšia, ako súčet hmotností protónov a neutrónov v ňom (Obr. 4.1). Rozdiel hmotností, nazývaný *hmotnostný schodok* („mass defect“ alebo „mass deficit“), môžeme vyjadriť v tvare:

$$B = Zm_p + (A - Z)m_n - m(A, Z) \quad (4.1)$$

kde m_p a m_n sú hmotnosti protónu, resp. neutrónu. Hmotnostný schodok charakterizuje energiu väzby nukleónov v jadre, t.j. energiu potrebnú na to, aby sme jadro rozdelili na jednotlivé nukleóny s nulovou kinetickou energiou.



Obr. 4.1. Demonštrácia rozdielu hmotností jadra ${}^4_2\text{He}$ a jeho stavebných častíc.

Keďže v periodickej tabuľke prvkov aj v iných databázach sú uvádzané hmotnosti atómov a nie hmotnosti jadier, je vhodné rovnicu (4.1) prepísať do tvaru:

$$B({}^Z_A X) = ZM_{at}({}^1_1 H) + (A - Z)m_n - M_{at}(A, Z) \quad (4.2)$$

kde namiesto hmotnosti protónu vystupuje hmotnosť atómu vodíka ${}^1_1 H$ a namiesto hmotnosti jadra hmotnosť príslušného atómu $M_{at}(A, Z)$. Toto vyjadrenie sa líši od vzťahu (4.1) o väzbové energie elektrónov v obale atómu. Ich súčet je však len niekoľko desiatok elektrónvoltov, a preto ho môžeme popri celkovej väzbovej energii zanedbať.

Celková väzbová energia jadra je potom daná vzťahom:

$$E_B = B \cdot c^2 = [ZM_{at}({}^1_1 H) + (A - Z)m_n - M_{at}(A, Z)] \cdot c^2 \quad (4.3)$$

a predstavuje energiu potrebnú na rozloženie jadra na jednotlivé nukleóny, alebo energiu, ktorá sa pri zložení jadra z nukleónov uvoľní.

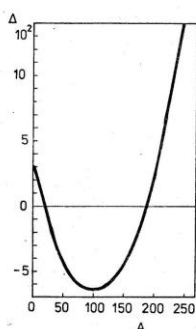
Hodnoty hmotnostného schodku sú relatívne veľké. Napríklad pre alfa časticu, ktorej väzbová energia je $E_B(\alpha) = 28 \text{ MeV}$, má hodnotu $B = \frac{E_B(\alpha)}{c^2} = 4 \times 10^{-29} \text{ kg}$, čo predstavuje $\sim 0.7 \%$ celkovej hmotnosti alfa častice. Pre porovnanie, hmotnosť atómu vodíka je menšia ako súčet hmotností protónu a elektrónu o $23.4 \times 10^{-36} \text{ kg}$, čo predstavuje iba $\sim 1.4 \times 10^{-6} \%$ celkovej hmotnosti atómu vodíka.

Celková väzbová energia jadra predstavuje energiu väzby jadra vzhľadom na všetky nukleóny v jadre. Analogicky môžeme určiť energiu väzby, ktorou viaže jadro ľubovoľný nukleón alebo skupinu

nukleónov. Túto energiu nazývame *energiou priľnutia častice v jadre*. Napríklad energia priľnutia protónu v jadre s hmotnosťou $m(A, Z)$ bude rovná:

$$E_p = [m_p + m(A - 1; Z - 1) - m(A, Z)] \cdot c^2 \quad (4.4)$$

V praxi sa často namiesto hmotnostného schodku používa pojem *hmotnostný prebytok* („mass excess“) $\Delta = A_r - A$, kde A_r je relatívna atómová hmotnosť v jednotkách u a A je nukleónové číslo. Hmotnostný prebytok Δ bezprostredne súvisí s väzbovou energiou, rozdiel je len v znamienku a v systéme jednotiek. Hmotnostný prebytok vyjadruje energiu väzby relatívne k izotopu uhlíka $^{12}_6\text{C}$ a jeho jednotkou je unifikovaná atómová hmotnostná jednotka u . Závislosť hmotnostného prebytku od nukleónového čísla A (Obr. 4.2) ukazuje, že pre najľahšie jadrá je hmotnostný prebytok Δ kladný, pre uhlík $^{12}_6\text{C}$, voči ktorému je hodnota Δ počítaná, je nulový, potom nadobúda záporné hodnoty približne do $Z = 72$ a pre ostatné jadrá je znova kladný.

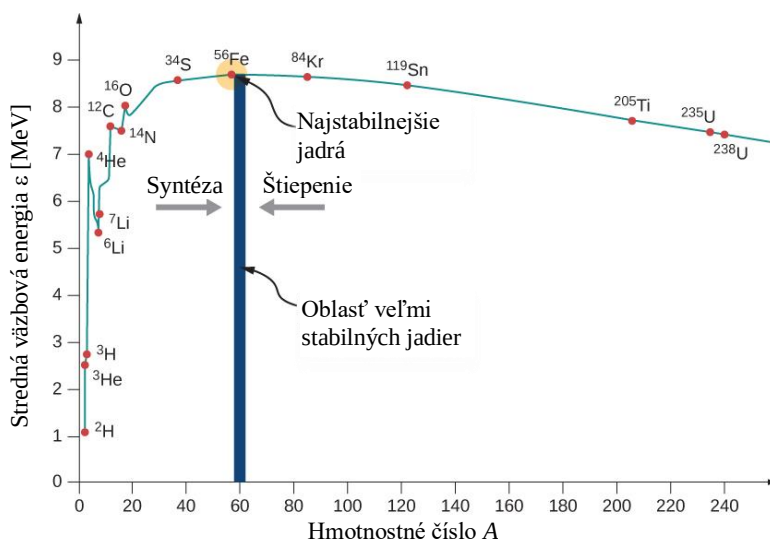


Obr. 4.2. Závislosť hmotnostného prebytku Δ od nukleónového čísla A .

V mnohých prípadoch je výhodné použitie väzbovej energie prepočítanej na jeden nukleón, ktorú potom nazývame *stredná väzbová energia* alebo *väzbová energia na nukleón*, ε , ktorá sa rovná:

$$\varepsilon = \frac{E_B}{A} = \frac{Bc^2}{A} \quad (4.5)$$

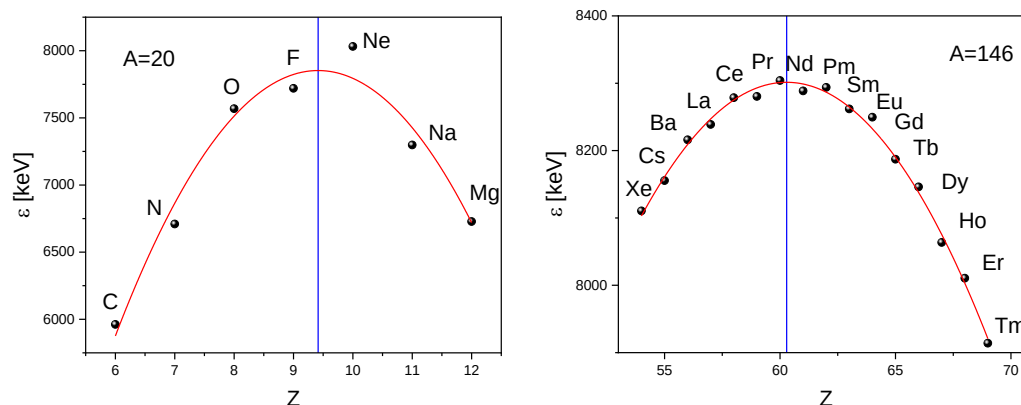
Závislosť strednej väzbovej energie od nukleónového čísla je na obr. 4.3.



Obr.4.3. Závislosť strednej väzbovej energie od nukleónového čísla.

Z tejto závislosti vyplýva niekoľko dôležitých poznatkov:

1. Ak neuvažujeme najľahšie jadrá, stredná väzbová energia je približne konštantná a rovná zhruba 8 MeV na jeden nukleón. Nezávislosť ε od počtu nukleónov v takomto priblížení svedčí o nasýtenom charaktere jadrových síl. Ako bolo uvedené v kapitole „Jadrové sily“, každý nukleón môže interagovať len s obmedzeným počtom nukleónov v jadre. Ak by táto vlastnosť jadrových síl neexistovala, mohol by každý nukleón súčasne interagovať so všetkými ostatnými nukleónmi v jadre a väzbová energia by nenarastala s A lineárne, ale kvadraticky, pretože E_B by bola úmerná počtu interagujúcich párov $A(A - 1)/2$.
2. Stredná väzbová energia nie je presne konštantná, ale najskôr prudko stúpa, potom stúpa pomalšie, až kým dosiahne maximum $\varepsilon_{\max} \sim 8.79 \text{ MeV}$ pri $A \sim 56$, t.j. v oblasti jadier železa, a následne pomaly klesá približne k 7.6 MeV pre najvyššie nukleónové čísla. Maximum tejto závislosti zodpovedá stredne ťažkým jadrám, ktoré sú najstabilnejšie, pretože k uvoľneniu ich nukleónov treba dodať najviac energie. Ľahkým jadrám je z dôvodu rastúcej strednej väzbovej energie výhodné uskutočňovať syntézu, a tak tvoriť ťažšie jadrá za súčasného uvoľnenia termojadrovej energie. Naopak, pre najťažšie jadrá je výhodný proces štiepenia, ktorý je sprevádzaný uvoľňovaním jadrovej energie.
Klesanie ε smerom k malým hodnotám A je možné vysvetliť na základe tzv. povrchových efektov. Nukleóny nachádzajúce sa na povrchu jadra nemajú nasýtené všetky väzby, čo vedie k vzniku povrchového napätia, ktoré znižuje hodnotu ε . Účinok povrchových efektov rastie so zvyšovaním pomeru povrchu k objemu, t.j. pri prechode k ľahším jadrám. Zmenšovanie ε pri prechode k ťažkým jadrám možno objasniť elektrostatickým odpudzovaním protónov. Coulombova energia je úmerná kvadrátu počtu protónov (Coulombove sily nemajú charakter nasýtenia), a preto príspevok coulombovských efektov rastie pri prechode k ťažkým jadrám.
3. Na obr. 4.4 je závislosť ε od Z pri konštantnom A . Môžeme si všimnúť, že pre ľahké jadrá má závislosť maximum pri $Z \sim 0,5A$ a pre ťažké jadrá pri $Z > 0,5A$. Pri neuvažovaní Coulombovských síl by sa maximum nachádzalo vždy pri $Z = 0,5A$ pre všetky jadrá, čo znamená, že účinok jadrových síl je najintenzívnejší pri rovnakom počte protónov a neutrónov v jadre.



Obr.4.4. Závislosť strednej väzbovej energie ε od protónového čísla Z pri konštantnom nukleónovom čísle A .

4. Podrobnejšie skúmanie závislosti väzbovej energie ako funkcie Z a N ukazuje, že existujú tri zoskupenia jej hodnôt: oblasť do ktorej spadajú páno-párne jadrá, oblasť obsahujúca jadrá s nepárnym A (párne Z , nepárne N , resp. naopak) a oblasť s nepárno-nepárnymi jadrami.

Vzdialenosť medzi susednými oblasťami je rádovo 1 MeV. Táto vlastnosť svedčí o existencii tzv. párovania (vytvárania dvojíc) rovnakých nukleónov v jadre, ktorého následkom je nárast väzbovej energie o približne 1 MeV. Napríklad väzbová energia $^{80}_{34}\text{Se}$ je väčšia ako pre $^{80}_{36}\text{Kr}$ o 1.124 MeV. Ak by neexistoval efekt párovania nukleónov, potom väzbová energia $^{80}_{35}\text{Br}$ by mala ležať medzi väzbovými energiami $^{80}_{34}\text{Se}$ a $^{80}_{36}\text{Kr}$. Väzbová energia $^{80}_{35}\text{Br}$ je však o 2.501 MeV menšia ako väzbová energia $^{80}_{36}\text{Kr}$, pretože v $^{80}_{35}\text{Br}$ sa nachádza nespárovaný protón a neutrón. Viac o párovaní sa dozvieme v kapitole venovanej kolektívnym modelom jadra (Fermiho, hladinový a kolektívny model).

Na základe vyššie popísaných zákonitostí môžeme závislosť väzbovej energie od nukleónového čísla aproximovať tzv. *Bethe-Weizsäckerovým vzťahom*, podľa ktorého platí:

$$W_b = a_V A - a_S A^{\frac{2}{3}} - a_C Z^2 A^{-\frac{1}{3}} - a_A \frac{(A - 2Z)^2}{A} - a_P \frac{\delta}{A^{\frac{1}{2}}} \quad (4.6)$$

kde a_V , a_S , a_C , a_A a a_P sú experimentálne zistené konštanty, ktoré majú nasledovné hodnoty:

$$a_V = 15.75 \text{ MeV}; a_S = 17.8 \text{ MeV}; a_C = 0.71 \text{ MeV}; a_A = 23.70 \text{ MeV}; a_P = 34.0 \text{ MeV}$$

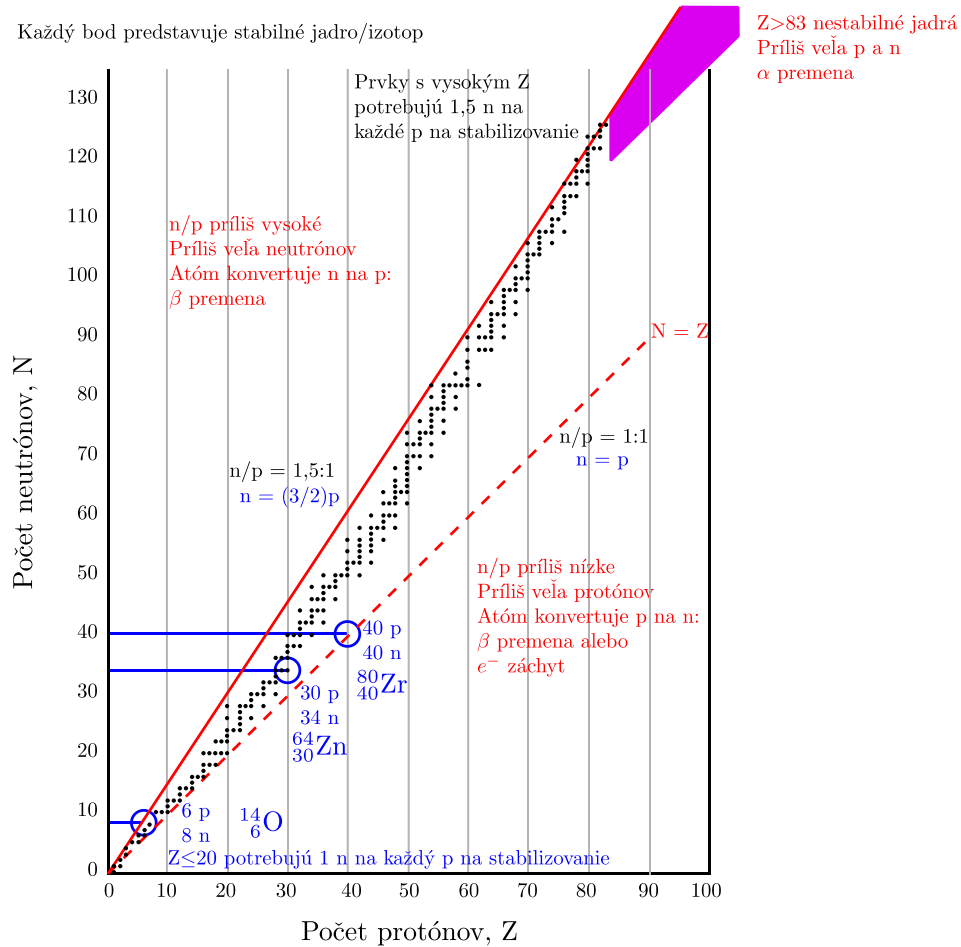
a konštanta δ charakterizuje efekt vytvárania párov, pričom nadobúda hodnoty: $\delta = +1$ pre nepárno-nepárne jadrá, $\delta = 0$ pre jadrá s nepárnym A a $\delta = -1$ pre páro-párne jadrá.

Semi-empirický Bethe-Weizsäckerov vzťah nám umožňuje predpovedať stabilitu, resp. hmotnosť jadra ľubovoľného A a Z . Význam jednotlivých členov vystupujúcich vo vzťahu bude bližšie vysvetlený v kapitole „Modely jadra“.

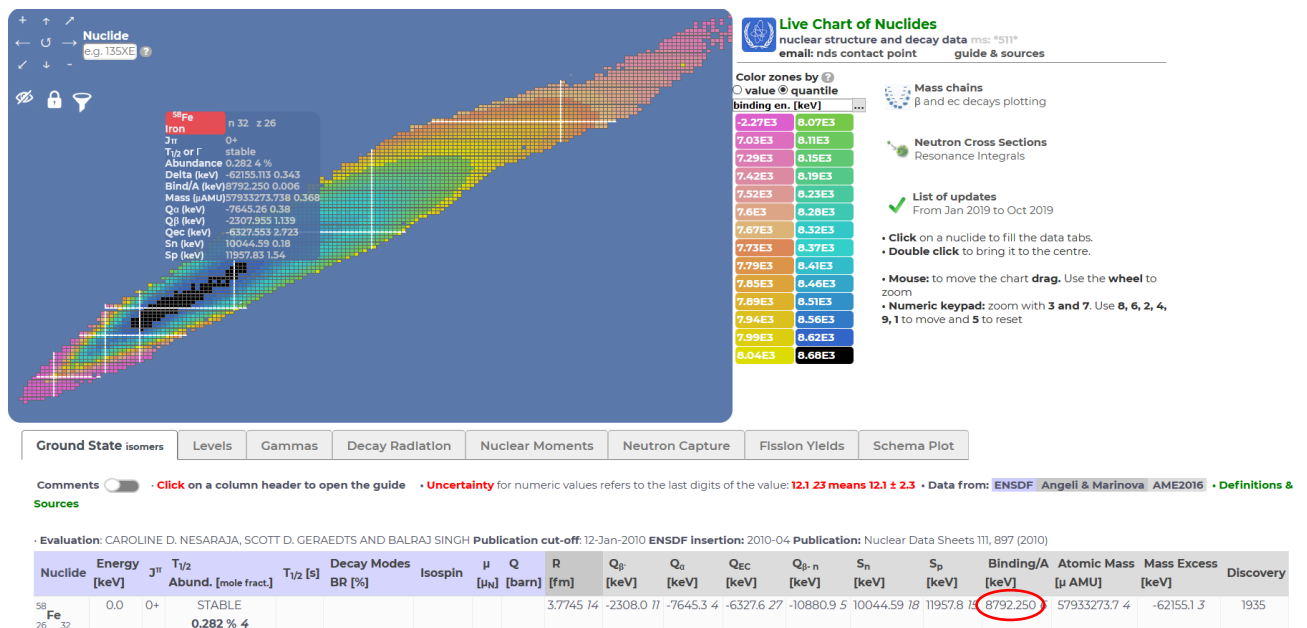
Závislosť strednej väzbovej energie od Z a N vykazuje ešte jednu zaujímavosť: pri tzv. *magických hodnotách* Z a N má ε výraznejšie maximá. Magické čísla majú hodnoty 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 (kapitola „Hladinový model jadra“). Vysoká hodnota väzbovej energie magických jadier svedčí o ich vysokej stabilite. Osobitne vysokou stabilitou sa vyznačujú tieto magické jadrá: ^4_2He , $^{16}_8\text{O}$, $^{40}_{20}\text{Ca}$ a $^{208}_{82}\text{Pb}$, ktoré môžeme považovať za dvakrát magické, t.j. počty protónov a neutrónov sú magické čísla.

Na obr. 4.6 je znázornená krivka (lína) stability jadier, ktorú tvoria body prislúchajúce jednotlivým stabilným izotopom. Jadrá, ktoré obsahujú viac alebo menej neutrónov, ako prislúcha úzkej oblasti stability v okolí uvedenej krivky, sú nestabilné.

Hodnoty väzbových energií môžeme vyhľadávať v rôznych databázach dostupných na internete. Príklad výstupu údajov z ENSDF databázy cez IAEA Nuclear Data Services web-stránku je na obr. 4.6. V ľavom hornom rohu sa nachádza mapa rádionuklidov, v ktorej sú prvky zoradené tak, že v smere osi x narastá nukleónové číslo A a v smere osi y rastie protónové číslo Z . Farebné odlíšenie prvkov zodpovedá hodnotám strednej väzbovej energie, pričom legenda priradujúca farby hodnotám ε je uvedená napravo od mapy rádionuklidov. Môžeme si všimnúť, že ružovej farbe zodpovedajú najnižšie hodnoty ε (nuklidy s nízkymi hodnotami A a Z , pričom nuklidy s najvyššou hodnotou ε sú zobrazené čiernou farbou (vnútro útvaru v časti s nižšími hodnotami A a Z). Poloha kurzora na konkrétnom nuklide, prípadne jeho zadanie v ľavom hornom rohu mapy rádionuklidov, umožní zobrazenie údajov prislúchajúcich vybranému nuklidu. Na obrázku je výber železa $^{58}_{26}\text{Fe}$ s vyznačenou väzbovou energiou na nukleón („*Binding/A*“) s hodnotou $\varepsilon = 8792.25 \text{ keV}$.



Obr. 4.6. Krivka stability.



Obr. 4.6. Mapa rádionuklidov zobrazujúca stredné väzbové energie.

<https://www-nds.iaea.org/relnsd/vcharthtml/VChartHTML.html>

Modely atómového jadra

Množstvo raných experimentov poukázalo na fakt, že charakter jadrových síl sa značne odlišuje od všetkých dovtedy známych zákonitostí popísaných klasickou fyzikou. Na rozdiel od atómov, v ktorých vzájomné silové pôsobenie medzi atómovým obalom tvoreným elektrónmi a jadrom bolo priamočiaro popísané dobre známou Coulombovou interakciou podliehajúcou zákonom kvantovej mechaniky a elektrodynamiky, v prípade atómového jadra bola situácia zložitejšia. Hoci neutróny a protóny boli známe ako stavebné častice jadra, absencia fundamentálneho pochopenia jadrových síl a vzájomného pohybu nukleónov v jadre sťažovala bližšie určenie jeho štruktúry. Nemožnosť vytvorenia jednoznačnej matematickej teórie podnietila preto vznik rôznych fenomenologických modelov jadier vypracovaných na základe experimentálne zistených poznatkov. Väčšina týchto modelov však bola navrhnutá s cieľom vysvetliť len určité špecifické aspekty na základe získaných údajov alebo pozorovaných vlastností. Cieľom vytvárania fyzikálnych modelov bola snaha nájsť odpoveď napríklad na nasledovné otázky:

- ktoré jadrá sú stabilné a ktoré rádioaktívne, aké sú druhy rádioaktivity, aké sú doby polpremeny, tvar spektra, uhlové rozloženie emitovaných častíc;
- aké sú polomery jadier, ich hmotnosť, väzbová energia, spin, magnetický moment, kvadrupólový elektrický moment, a ďalšie charakteristiky jadra;
- aké je rozdelenie energetických stavov jadier;
- aké sú pravdepodobnosti prechodov zo vzbudených stavov na nižšie energetické hladiny pre rôzne mechanizmy týchto prechodov;
- ako sa menia účinné prierezy interakcií rôznych jadier s rôznymi časticami v závislosti od ich energie.

Neexistuje univerzálny model, ktorý vystihuje všetky vymenované vlastnosti tak zložitého kvantovo-mechanického systému ako je jadro. Napriek tomu sú modely prínosné z hľadiska fyzikálneho a matematického zjednodušenia pri riešení konkrétnych úloh.

Od roku 1932 bolo predložených mnoho modelov, ktoré popisujú jadro buď ako súbor „kolektívnych“, navzájom silne interagujúcich nukleónov (napr. kvapkový model alebo alfa časticový model), alebo naopak ako súbor nezávisle sa pohybujúcich nukleónov v poli ostatných nukleónov, ktorých vzájomné pôsobenie je veľmi slabé (model Fermiho plynu, hladinový model alebo kolektívny model). Najúspešnejšími modelmi jadra sú hladinový a kolektívny model. Hladinový (alebo sférový) model jadra bol navrhnutý v roku 1949 M. G. Mazerom a J. H. D. Jensenom, ktorí v roku 1963 získali za tento prínos Nobelovu cenu za fyziku. Kolektívny model jadra bol vypracovaný v roku 1952 A. Bohrom a B. Mottelsonom, ktorí rozpracovali teóriu navrhnutú J. Rainwaterom, pričom tiež im bola v roku 1975 udelená Nobelova cena za fyziku. Základnou črtou spoločnou pre hladinový aj kolektívny model jadra je párovanie nukleónov.

V ďalšom predstavíme najdôležitejšie modely jadier významné z hľadiska prínosu pri vysvetlení dôležitých zákonitostí týkajúcich sa jeho štruktúry.

Kvapkový model jadra

Kvapkový model jadra („*liquid drop model*“) bol navrhnutý v roku 1936 N. Bohrom so svojimi spolupracovníkmi. Bol jedným z prvých modelov vysvetľujúcich väzbovú energiu jadier. Ako sme už spomenuli, experimenty ukázali, že jadrá sú v zásade sférického tvaru a ich veľkosť môžeme charakterizovať polomerom, ktorý je priamo úmerný $A^{1/3}$, čo znamená, že jadrová hustota je v prvom

priblížení nezávislá od nukleónového čísla. Táto vlastnosť prirodzene vedie k predstave jadra ako kvapky nestlačiteľnej kvapaliny, pričom nukleóny hrajú úlohu analogickú molekulám v kvapke bežnej kvapaliny. V tejto predstave sú kvantové vlastnosti jednotlivých nukleónov kompletne ignorované.

Nasledovné pozorované vlastnosti jadier vedú na analógiu s kvapkou kvapaliny:

- konštantná jadrová hustota $\rho \sim 2 \times 10^{17} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ nezávislá od nukleónového čísla, rovnako ako hustota kvapaliny nezávislá od jej rozmerov (nestlačiteľnosť kvapaliny, resp. analogicky jadrovej hmoty). Konštantná a nezávislá od A je tiež hustota nukleónov ($\sim 10^{44} \text{ nukleónov/m}^3$);
- priemerná hodnota jadrovej interakcie pripadajúca na jeden nukleón (stredná väzbová energia) je rovnaká pre všetky jadrá s výnimkou najľahších, čo je analogické energii interakcie molekuly kvapaliny s okolitými molekulami, ktorá má stálu hodnotu a nezávisí od objemu kvapky;
- prechod nukleónov z voľného stavu do stavu jadrovej hmoty sprevádzaný uvoľnením energie je analogický kondenzácii pary, pri ktorej sa voľná molekula stane súčasťou kvapky za uvoľnenia kondenzačného tepla.

Popri vyššie spomenutých analógiách existujú aj principiálne rozdiely medzi jadrovými a molekulovými javmi, ako napr.:

- sily molekulárnej interakcie sú elektromagnetickej povahy, zatiaľ čo jadrové sily majú špecifickú podstatu;
- pohyb molekúl kvapaliny možno opísať v rámci klasických predstáv, zatiaľ čo pohyb nukleónov v jadre má kvantový charakter.

Uvedené predpoklady vyplývajúce z analógie s kvapkou kvapaliny nám umožňujú pomerne presne vyjadriť závislosť väzbovej energie E_B od nukleónového čísla A . Začneme predpokladom, že energia spojená s každou väzbou nukleón-nukleón má nejakú hodnotu U . Keďže táto energia súvisí s príťažlivými silami, je v skutočnosti záporná, avšak podľa konvencie sa väzbová energia zvyčajne považuje za kladnú, preto ju budeme v ďalšom uvažovať s kladným znamienkom (v literatúre sa môžeme stretnúť s oboma prístupmi). Keďže energiu U zdieľajú dva nukleóny, bude väzbová energia pripadajúca na jeden nukleón $\frac{1}{2}U$. Predpokladáme, že nukleóny v jadre sú usporiadané čo najtesnejšie. Ak usporiadame súbor guľčiek rovnakého polomeru do čo najmenšieho objemu, susedí každá z vnútorných guľčiek práve s 12 okolitými guľčkami. Každý vnútorný nukleón v jadre bude mať preto väzbovú energiu $12 \times \frac{1}{2}U = 6U$. Ak by sa všetkých A nukleónov nachádzalo vnútri jadra, bola by celková väzbová energia:

$$E_V = 6AU \quad (4.7)$$

Ak zavedieme konštantu $a_1 = 6U$, dostaneme vyjadrenie:

$$E_V = a_1 A \quad (4.8)$$

Energia E_V sa nazýva *objemová energia* jadra („ V “ = „volume term“) a je priamo úmerná počtu nukleónov A . Niektoré nukleóny každého jadra sa však nachádzajú na jeho povrchu. Táto povrchová vrstva nukleónov nie je viazaná tak pevne, ako nukleóny vnútri jadra, keďže väzbové sily nie sú satureované (menej ako 12 susedných nukleónov). Tento fakt znižuje hodnotu väzbovej energie. Počet nukleónov na povrchu bude úmerný ploche povrchu $4\pi R^2$. Keďže pre polomer jadra sme uviedli vzťah

$R = r_0 A^{1/3}$, bude plocha povrchu jadra, a tým pádom aj počet nukleónov na povrchu úmerný $A^{2/3}$, a preto bude väzbová energia znížená vplyvom povrchových efektov o nasledovnú hodnotu:

$$E_S = -a_S A^{2/3} \quad (4.9)$$

Záporná energia E_S sa nazýva *povrchová energia* jadra („S“ = „surface term“) a má väčší význam pre ľahšie jadrá, u ktorých je pomer počtu nukleónov na povrchu k počtu vnútorných nukleónov vyšší.

Keďže každý systém v prírode má tendenciu zaujať konfiguráciu s minimálnou potenciálnou energiou, bude mať aj kvapka vody, a teda aj jadro, snahu zaujať tvar, pri ktorom je potenciálna energia povrchovej vrstvy čo najmenšia, a teda väzbová energia jadra čo najväčšia. Jadro by sa preto malo vyznačovať rovnakými efektami povrchového napätia ako kvapka kvapaliny a v neprítomnosti vonkajších síl zaujať tvar gule, keďže guľa má pri danom objeme najmenší povrch.

Ďalším efektom znižujúcim celkovú väzbovú energiu jadra je existencia elektrostatických odpudzivých síl medzi protónmi. *Coulombovská energia* jadra E_C („C“ = „Coulomb term“) je práca, ktorú je potrebné vynaložiť na prenesenie Z protónov z nekonečna do priestoru jadra. Preto je E_C úmerná počtu protónových párov v jadre, t.j. $Z(Z-1)/2$ a nepriamo úmerná polomeru jadra $R = r_0 A^{1/3}$. Môžeme ju preto zapísať v tvare:

$$E_C = -a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \quad (4.10)$$

Coulombovská energia je záporná, keďže pôsobí proti stabilite jadra.

Celková väzbová energia jadra je potom daná súčtom jeho objemovej, povrchovej a Coulombovskej energie:

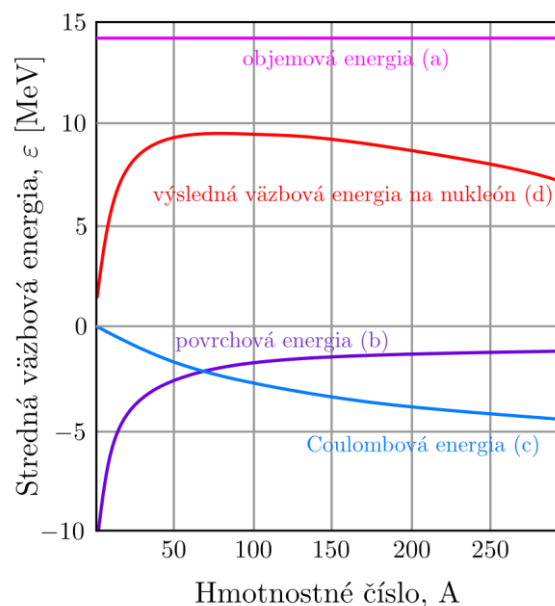
$$E_B = E_V + E_S + E_C = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \quad (4.11)$$

Väzbová energia na nukleón je potom:

$$\varepsilon = \frac{E_B}{A} = a_V - a_S A^{-1/3} - a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{4/3}} \quad (4.12)$$

Ďalšie dva členy závislosti väzbovej energie od nukleónového čísla uvedené vo vzťahu (4.6) v kapitole „Väzbová energia jadra“ (tzv. asymetrický a párovací člen) nie je možné vysvetliť pomocou kvapkového modelu.

Závislosti jednotlivých členov vystupujúcich vo vzťahu (x) od nukleónového čísla sú spolu s ich súčtom znázornené na obr... Môžeme si všimnúť, že výsledný súčet sa tvarovo približuje empirickej krivke na obr. 4.7, avšak neobsahuje lokálne maximá zodpovedajúce extrémne stabilným ľahkým jadrám s rovnakým počtom protónov a neutrónov. Keďže kvapkový model vychádza čisto z prístupu klasickej fyziky, neumožňuje vysvetliť tieto efekty.



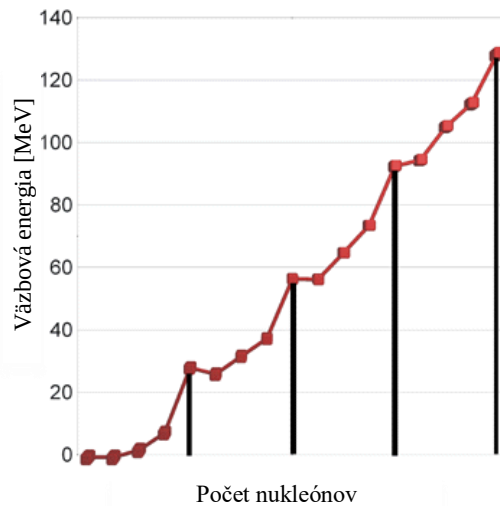
Obr. 4.7. Závislosť zložiek väzbovej energie na nukleón od nukleónového čísla: objemová (a), povrchová (b) a Coulombová (c) zložka; výsledná väzbová energia na nukleón (d).

Alfa časticový model jadra

Ďalší model atómového jadra s pevne viazanými časticami je alfa časticový model. K vytvoreniu tohto modelu viedlo pozorovanie emisie alfa častíc ťažkými prvkami pri ich rádioaktívnej premene. Vytvorila sa preto hypotéza existencie štruktúry jadra v podobe alfa častíc. Napriek mnohým dôkazom platnosti tohto predpokladu, nebol tento model spočiatku akceptovaný.

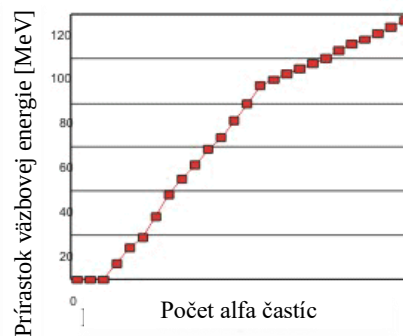
Na základe tohto modelu sú alfa častice základnými stavebnými jednotkami jadra. Neexistujú v jadre trvale, ale po určitom čase svojej existencie sa rozpadávajú na svoje zložky. Tento čas je však veľký v porovnaní s periódou kmitania a rotácie alfa-časticového zoskupenia nukleónov v jadre.

Kľúčovým faktom vedúcim k vytvoreniu alfa-časticového modelu bola výnimočne vysoká stabilita alfa častíc (pozorovaná, ako aj odvodená použitím kvantovej teórie). Väzbová energia alfa častice (${}^4_2\text{He}$) je 28.3 MeV , pokým väzbová energia pri odobratí jedného protónu, resp. neutrónu z jadra je podstatne nižšia: v prípade ${}^3_1\text{H}$ je to 8.5 MeV , a pre ${}^3_2\text{He}$ má väzbová energia hodnotu 7.7 MeV . Zoskupenie dvoch protónov a dvoch neutrónov sa preto ukazuje ako výnimočne stabilné. Analogický trend môžeme pozorovať, keď skúmame väzbové energie nuklidov, ktorých počet protónov a neutrónov zodpovedá celočíselnému násobku počtu protónov a neutrónov alfa častice. Na obr. 4.8 je závislosť väzbovej energie od počtu nukleónov demonštrujúca skokovitý nárast väzbovej energie pre nuklidy, ktorých jadrá sú celočíselným násobkom počtu alfa častíc (čierné čiary). V prípade väčších jadier existujú v uvedenej závislosti sekundárne píky nárastu väzbovej energie spôsobené pridaním páru protón-neutrón, rádovo sú však polovičné v porovnaní s doplnením jadra alfa časticou (14 MeV).



Obr. 4.8. Závislosť väzbovej energie od počtu nukleónov demonštrujúca skokovitý nárast väzbovej energie pre nuklidy, ktorých jadrá sú celočíselným násobkom počtu alfa častíc (čierne čiary).

Väzbové energie nuklidov s celočíselným násobkom počtu alfa častíc výrazne prevyšujú súčet väzbových energií obsiahnutých alfa častíc. Napríklad väzbová energia kyslíka $^{16}_8\text{O}$ je 127.6 MeV , pokým súčet väzbových energií štyroch alfa častíc, z ktorých je jadro zložené, by bol $4 \times 28.3 \text{ MeV} = 113.2 \text{ MeV}$, čo predstavuje rozdiel 14.4 MeV . Tento rozdiel narastá s počtom alfa častíc v jadre takmer rovnomerne, avšak táto závislosť mení sklon v určitých bodoch (Obr. 4.9). Pre počet alfa častíc od 2 do 14 je prírastok väzbovej energie približne konštantný a má hodnotu 7 MeV na každú ďalšiu alfa časticu, pokým na 14 až 25 alfa častíc v jadre je to len 3 MeV a pri počte 25 dochádza k ďalšiemu zlomu. Toto správanie naznačuje existenciu určitej štruktúry alfa častíc v jadre, ktoré sú usporiadané vo vrstvách s počtom 2, 12 a 11.



Obr. 4.9. Závislosť prírastku väzbovej energie od počtu alfa častíc v jadre.

Pádny argument proti alfa časticovému modelu je nesúlad experimentálnych výsledkov pozorovaných pri vzájomných zrážkach alfa častíc, ktoré ukazujú, že alfa častice si nezachovávajú individualitu už pri zrážkach s energiou niekoľko MeV . Je predpoklad, že v silne koncentrovanej jadrovej hmote budú ešte nestabilnejšie.

Tab. 4.1. Väzbové energie nuklidov s celočíselným počtom alfa častíc v jadre.

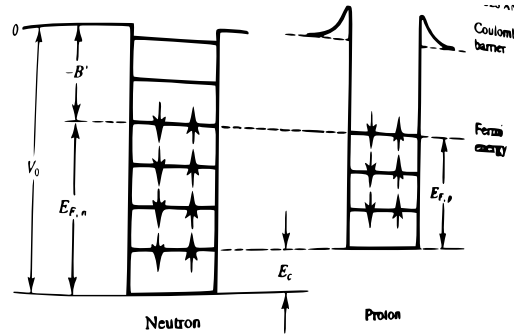
Prvok	Počet neutrónov	Počet protónov	Väzbová energia [MeV]	Počet alfa častíc	Väzbová energia alfa častíc	Rozdiel
He	2	2	28.295674	1	28.295674	0
Be	4	4	56.49951	2	56.591348	-0.091838
C	6	6	92.161728	3	84.887022	7.274706
O	8	8	127.619336	4	113.182696	14.43664
Ne	10	10	160.644859	5	141.47837	19.166489
Mg	12	12	198.25689	6	169.774044	28.482846
Si	14	14	236.53689	7	198.069718	38.467172
S	16	16	271.78066	8	226.365392	45.415268
Ar	18	18	306.7157	9	254.661066	52.054634
Ca	20	20	342.052	10	282.95674	59.09526
Ti	22	22	375.4747	11	311.2524	64.22229
Cr	24	24	411.462	12	339.548088	71.913912
Fe	26	26	447.697	13	367.843762	79.853238
Ni	28	28	483.988	14	396.139436	87.848564
Zn	30	30	514.992	15	424.43511	90.55689
Ge	32	32	545.95	16	452.730784	93.219216
Se	34	34	576.4	17	481.026458	95.373542
Kr	36	36	607.1	18	509.322132	97.777868
Sr	38	38	638.1	19	537.617806	100.482194
Zr	40	40	669.8	20	565.91348	103.88652
Mo	42	42	700.9	21	594.209154	106.690846
Ru	44	44	731.4	22	622.504828	108.895172
Pd	46	46	762.1	23	650.800502	111.299498
Cd	48	48	793.4	24	679.096176	114.303824
Sn	50	50	824.9	25	707.39185	117.50815

Model Fermiho plynu

Model Fermiho plynu bol jedným z prvých pokusov zakomponovania kvantovo-mechanických efektov do jadrovej štruktúry. Je to najjednoduchší model nezávislých neinteragujúcich častíc, ktorý uvažuje o jadre ako o plyne zloženom z voľných protónov a neutrónov obmedzených na veľmi malý priestor jadrového polomeru. Za týchto podmienok nukleóny obsadzujú diskkrétne (kvantované) energetické stavy. Keďže protóny a neutróny sú fermióny riadiace sa Fermi-Diracovým štatistickým rozdelením, podľa Pauliho vylučovacieho princípu môže byť ľubovoľná energetická hladina obsadená najviac dvomi „identickými“ (v zmysle energie a náboja) nukleónmi s opačnými projekciami spinov. Keďže najnižšie položené energetické hladiny v potenciálovej jame zodpovedajú najsilnejšej väzbe, na dosiahnutie najväčšej stability základného stavu jadra budú energetické hladiny zaplňané postupne odspodu nahor, pričom najvyššia celkom zaplnená hladina sa nazýva Fermiho hladina (energia E_F). Ak sa nad Fermiho hladinou nenachádza žiaden fermión, väzbová energia posledného nukleónu je daná hodnotou E_F .

Na nukleóny sa môžeme pozerat' ako na častice pohybujúce sa v priemernom poli jadra vnútri sféricky symetrickej potenciálovej jamy, ktorej šírka je daná polomerom jadra $R = r_0 A^{1/3}$ a hĺbka je rovnaká pre všetky častice daného druhu. Keďže protóny nesú elektrický náboj, „cítia“ iný potenciál, ako neutróny bez náboja. Pozorované energetické hladiny pre protóny a neutróny a priebehy potenciálov sa budú preto líšiť. Ak by bola hĺbka potenciálovej jamy pre protóny a neutróny rovnaká, v prípade ťažkých jadier vyznačujúcich sa nadbytkom neutrónov, by bola Fermiho hladina pre neutróny položená

vyššie ako pre protóny. Následkom toho by bola väzbová energia posledného nukleónu závislá od náboja, teda rozdielna pre protóny a neutróny, čo nesúhlasí s experimentálne zistenou skutočnosťou. Preto musí mať Fermiho hladina pre protóny a neutróny rovnakú energiu a protóny sa teda pohybujú v plytšej jame (Obr. 4.10). Ak by to tak nebolo, všetky jadrá s nadbytkom neutrónov by boli nestabilné a neutróny by prechádzali na nižšie hladiny protónov beta mínus premenou. Ďalší rozdiel v priebehu potenciálov je v hornej časti, kde je v prípade protónov prítomná Coulombova bariéra zabráňujúca vniknutiu nabitých častíc do jadra zvonka, ako aj úniku častíc zvnútra. Jej prekonanie je možné len tunelovým mechanizmom.



Obr. 4.10. Energetické hladiny základného stavu pre neutróny a protóny v jadre.

Fermiho hladine môžeme priradiť hybnosť p_F na základe vzťahu:

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m} \quad (4.13)$$

kde m je hmotnosť nukleónu. Ak neuvažujeme prítomnosť fermiónov nad Fermiho hladinou, bude objem stavov v priestore hybností: $V_{p_F} = \frac{4\pi}{3} p_F^3$. Ak $V = \frac{4\pi}{3} r_0^3 A$ je fyzikálny jadrový objem, tak celkový objem stavov je daný: $V_{TOT} = V \times V_{p_F} = \left(\frac{4\pi}{3}\right) A (r_0 p_F)^3$, pričom tento objem je úmerný celkovému počtu kvantových stavov systému. Z Heisenbergovho princípu neurčitosti ($\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$) vyplýva minimálny objem priradený ľubovoľnému fyzikálnemu stavu systému, ktorý je $V_s = (2\pi\hbar)^3 = h^3$. Preto môžeme pre počet fermiónov zaplňajúcich stavy po a vrátane Fermiho hladiny písať vzťah:

$$n_F = 2 \frac{V_{TOT}}{V_s} = 2 \frac{\left(\frac{4\pi}{3}\right) A (r_0 p_F)^3}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{4}{9\pi} A \left(\frac{r_0 p_F}{\hbar}\right)^3 \quad (4.14)$$

kde faktor 2 vyplýva z možnosti obsadenia jedného stavu dvoma fermiónmi s opačným spinom.

Pre zjednodušenie uvažujme jadro s $N = Z = \frac{A}{2}$ a prípad obsadenia všetkých stavov po a vrátane Fermiho hladiny. V takomto prípade dostaneme:

$$N = Z = \frac{A}{2} = \frac{4}{9\pi} A \left(\frac{r_0 p_F}{\hbar}\right)^3 \quad (4.15)$$

z čoho vyplýva:

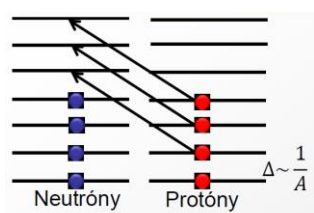
$$p_F = \frac{\hbar}{r_0} \left(\frac{9\pi}{8}\right)^{1/3} \quad (4.15)$$

Fermiho hybnosť p_F je teda konštantná, nezávislá od nukleónového čísla A . Ak dosadíme vyjadrenie hybnosti (4.15) do vzťahu pre Fermiho energiu (4.13), dostaneme:

$$E_F = \frac{p_F^2}{2m} = \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{r_0} \right)^2 \left(\frac{9\pi}{8} \right)^{2/3} \approx 33 \text{ MeV} \quad (4.16)$$

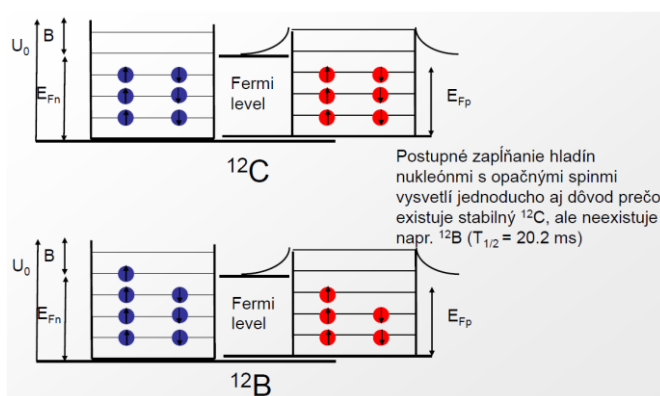
Keď uvažíme hodnotu priemernej väzbovej energie na nukleón 8 MeV ako väzbovú energiu posledného nukleónu v jadre, dostaneme pre *hĺbku potenciálovej jamy* v použitej aproximácii symetrického jadra hodnotu približne 40 MeV . Hĺbka potenciálovej jamy, ako aj hodnota E_F bude v prípade nesymetrických jadier ($N > Z$) odlišná pre protóny a pre neutróny.

Fermiho model je možné použiť na vysvetlenie 4. člena vystupujúceho v empirickom Bethe-Weizsäckerovom vzťahu (4.6), tzv. *asymetrického člena*. Asymetrický člen vychádza z Pauliho vylučovacieho princípu, podľa ktorého na jednej hladine môžu byť súčasne len dva protóny alebo dva neutróny s opačnými spinmi. Uvažujme zjednodušený symetrický prípad, kedy $N = Z = \frac{A}{2}$. Zjednodušene budeme tiež predpokladať rovnomerné rozloženie energetických hladín, a teda rozdiel energií jednotlivých hladín úmerný $1/A$. Po presune q nukleónov (Obr. 4.11), bude počet protónov a neutrónov $Z = \frac{A}{2} - q$ a $N = \frac{A}{2} + q$. Počet presunutých nukleónov je teda $q = \frac{A}{2} - Z = \frac{(A-2Z)}{2}$. Celková zmena energie pri presune q nukleónov o energiu $q \cdot \Delta$ je potom $\Delta E = q \cdot \Delta \cdot q = \frac{(A-2Z)^2}{4} \Delta = \frac{(A-2Z)^2}{A} a_s$, čím sme po zavedení konštanty a_s dostali tvar asymetrického člena v Bethe-Weizsäckerovom vzťahu.



Obr. 4.11. Vysvetlenie asymetrického člena v Bethe-Weizsäckerovom vzťahu.

Pomocou modelu Fermiho plynu si môžeme objasniť, prečo je jadro uhlíka ^{12}C , ale jadro bóru s rovnakým počtom nukleónov ^{12}B nestabilné (podstupuje β^- premenu s dobou polpremeny $T_{1/2} = 20.2 \text{ ms}$). Obr. 4.12 znázorňuje postupné obsadzovanie energetických hladín v prípade týchto jadier vysvetľujúce dôvod ich odlišnej stability.



Obr. 4.12. Postupné zapĺňanie energetických hladín stabilného jadra ^{12}C a nestabilného jadra ^{12}B .

Model Fermiho plynu nachádza využitie napríklad pri vysvetľovaní symetrie a nasýtenia jadrových síl, ako aj pri objasňovaní vlastností jadra spojených s vnútorným pohybom nukleónov. Model sa uplatňuje aj pri štúdiu vzbudených stavov zložitých jadier, ktoré sú popísané pomocou tohto modelu „zvýšením teploty“ nukleónového plynu (dodaním kinetickej energie jadra).

Model zloženého jadra

Model zloženého jadra je vhodný na modelovanie jadrových reakcií. Vychádza z predpokladu, že atómové jadro je súborom nukleónov, ktoré vzájomne ako aj s nalietaujúcou časticou (projektilom) silne interagujú. Prvým stupňom interakcie je požitie nalietajúcej častice a terčovým jadrom X , čím vzniká zložené jadro N^* . Nalietajúca častica má v jadre krátku strednú voľnú dráhu, takže rýchlo odovzdá svoju energiu ostatným časticiam. Pokiaľ niektorá z týchto častíc získa dostatočnú energiu (označíme ju častica b), je v druhom stupni interakcie zloženým jadrom N^* emitovaná (z virtuálnej hladiny jadra), pričom vznikne výsledné jadro Y . Obidve etapy tejto interakcie môžeme zapísať nasledovne:



alebo skráteno:



Deexcitácia zloženého jadra môže prebehnúť aj tak, že z viazanej hladiny je vyslané kvantum γ :



Dôležitým predpokladom je tu vzájomná nezávislosť prvého a druhého stupňa interakcie: spôsob („kanál“) rozpadu zloženého jadra závisí len od vlastností zloženého jadra a nie od spôsobu jeho vzniku. V rámci modelu zloženého jadra sa potom dá nájsť vzťah (tzv. Breit-Wignerov vzťah) medzi účinným prierezom reakcie a šírkou hladiny zloženého jadra, z ktorej je častica b emitovaná. Je tým vyjadrená skutočnosť, že skúmané reakcie typu $X(a, b)Y$ môžu prebiehať rezonančne, ak spojíme meníme energiu nalietajúcej častice (napr. reakcie $X(p, \gamma)Y$ vykazujú ostré rezonančné maximá závislé od energie urýchlených protónov, obzvlášť u ľahkých prvkov).

Hladinový (vrstvý) model

Od roku 1932 experimentálne údaje o jadre opakovane poukazovali na existenciu súboru „magických“ čísel, teda magického počtu protónov a/alebo neutrónov, pri ktorých jadrá vykazovali extrémnu stabilitu a iné pozoruhodné vlastnosti. Bolo zistené, že pre hodnoty protónového a/alebo neutrónového čísla rovné 2, 8, 20, 28, (40), 50, 82 a 126 sú jadrá výnimočne stabilné a majú sférický tvar, pričom najstabilnejšie sú tie jadrá, ktoré sú dvojnásobne magické, t.j. majú magický počet protónov aj neutrónov (${}^4_2\text{He}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ a ${}^{208}_{82}\text{Pb}$). Dôkaz magického čísla 40 je neistý, preto je uvedené v zátvorke. V hladinovom modeli atómu boli už dávnejšie známe isté magické hodnoty počtu elektrónov, pri ktorých prvky vykazovali výnimočnú chemickú stabilitu. Bolo pozorované, že atómy inertných plynov (${}^2_2\text{He}$, ${}^{10}_{10}\text{Ne}$, ${}^{18}_{18}\text{Ar}$, ${}^{36}_{36}\text{Kr}$, ${}^{54}_{54}\text{Xe}$) s počtom elektrónov rovným $Z = 2, 10, 18, 36, 54, \dots$, sú osobitne chemicky stabilné a nezlúčujú sa s inými atómami za účelom tvorby molekúl. Dôvodom je úplné obsadenie energetických vrstiev („shell“), resp. hladín, elektrónmi a existencia špecifických rozstupov medzi energetickými vrstvami pozorovaná v spektrách. Hoci hodnoty magických čísel jadier sú rôzne od magických čísel atómov, existencia silnej stability naznačuje, že aj v prípade jadier bude existovať istá hladinová štruktúra.

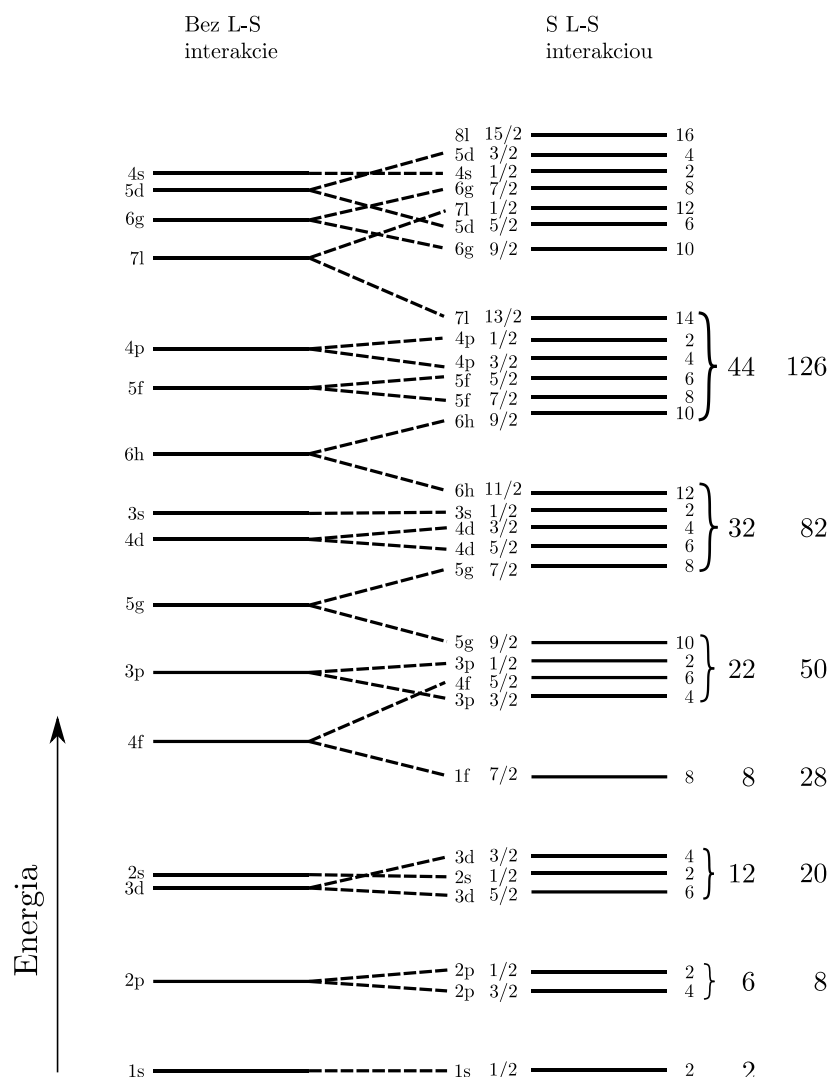
Prvý hladinový model však nepredpovedal korektné hodnoty magických čísel. Na rozdiel od elektrónov pohybujúcich sa v centrálnom poli jadra, nukleóny sú rovnocenné a silne interagujúce, ako sa potom môžu pohybovať nezávisle? Riešenie bolo navrhnuté pohľadom na nukleóny ako na častice, ktoré sú vo vzájomnom nezávislom pohybe vnútri jadra v strednom poli (potenciálovej jame) vytváranom pôsobením ostatných nukleónov, pričom tento potenciál môžeme aproximovať napríklad pravouhlým potenciálom (Fermiho model), potenciálom harmonického oscilátora, alebo iným priebehom. Riešenie Schrödingerovej rovnice za tohto predpokladu však neposkytlo výsledky konzistentné s experimentálne zistenými magickými hodnotami. Napriek tomuto neúspechu sa zvyšoval počet experimentálne zistených faktov indikujúcich hladinovú štruktúru jadra.

V roku 1949 M. Mayer (USA) a nezávisle H. Jensen (Nemecko) navrhli novú myšlienku, ktorá viedla k vzniku hladinového modelu sférického jadra, ktorý úspešne vysvetlil magické čísla. Kľúčovým krokom bolo uvaženie silnej väzby medzi vlastným a orbitálnym momentom hybnosti nukleónov, tzv. *spin-orbitálnej väzby* (*LS väzba*), ktorá je podstatne silnejšia a má opačné znamienko ako spin-orbitálna väzba v atóme. Spin-orbitálna jadrová väzba je podstatou štiepenia energetických hladín jadra v zhode s experimentálne pozorovanými výsledkami pre magické hodnoty sférických jadier.

Pôvod sily, ktorá spôsobuje spin-orbitálnu väzbu medzi nukleónmi v jadre je iný, ako v prípade spin-orbitálnej interakcie elektrónov v atóme, ktorá je elektromagnetickej povahy. Rovnako ako v atóme však spôsobuje štiepenie jadrových energetických hladín, pričom ak l je orbitálne kvantové číslo popisujúce orbitálny moment hybnosti a s je spinové kvantové číslo popisujúce vlastný moment hybnosti nukleónu, dôjde k *rozštiepeniu hladiny na dve podhladiny* s celkovým kvantovým číslom charakterizujúcim celkový moment hybnosti $j = l \pm s$ (okrem $l = 0$), avšak s tým rozdielom, že stav $s \uparrow j = l - 1/2$ leží čo sa týka energie vyššie (slabšia väzba) ako stav $s \uparrow j = l + 1/2$, ktorý je položený nižšie, zaplňa sa preto najskôr. Poradie hladín je teda opačné ako v prípade atómu v dôsledku opačného znamienka spin-orbitálnej väzby. Hodnota rozštiepenia je tiež oveľa väčšia, ako v prípade atómu, keďže sila jadrovej spin-orbitálnej väzby je oveľa väčšia ako u atómu a zväčšuje sa so zvyšujúcim sa l . Pri hodnote $l = 4$ je rozdiel medzi energetickými hladinami taký veľký, že nukleóny, ktoré sa nachádzajú na hladine $l + 1/2$ a nukleóny z hladiny $l - 1/2$ sú prakticky v rôznych vrstvách.

Keďže nukleóny sú fermióny riadiace sa Fermi-Diracovou štatistikou (v každom kvantovom stave sa môžu nachádzať najviac dva fermióny), bude na každej vrstve $2j + 1$ možných stavov, pričom protónové a neutrónové hladiny budú zapĺňané nezávisle.

Podľa kvantovo-mechanického princípu, vrstva je obsadená vtedy, keď sú časticami zaplnené všetky dovolené kvantové stavy a existuje značný energetický rozstup k ďalšiemu dovolenému energetickému stavu. To znamená, že magické hodnoty sú určované relatívnou koncentráciou energetických hladín. Štiepenie energetických hladín v dôsledku spin-orbitálnej väzby je na obr. 4.13. Podobne ako v atóme, hladiny sú identifikované symbolmi kvantových čísel nl_j , avšak v prípade jadrových hladín nie je pre hodnotu energie určujúce hlavné kvantové číslo n , ale veľkosť spin-orbitálnej väzby.



Obr. 4.13. Štiepenie jadrových energetických hladín v dôsledku silnej spin-orbitálnej (LS) väzby. Stĺpec vpravo: celkový počet kvantových stavov; 2. stĺpec sprava: počet kvantových stavov vo vrstve („magické“ číslo); 3. stĺpec sprava: počet kvantových stavov na hladine ($2j+1$), 4. stĺpec sprava: j , 5. stĺpec sprava: identifikácia hladiny, pričom v súlade so zavedenou symbolikou hladiny s $l = 0, 1, 2, \dots$ sa označujú písmenami $s, p, d, f, \dots$

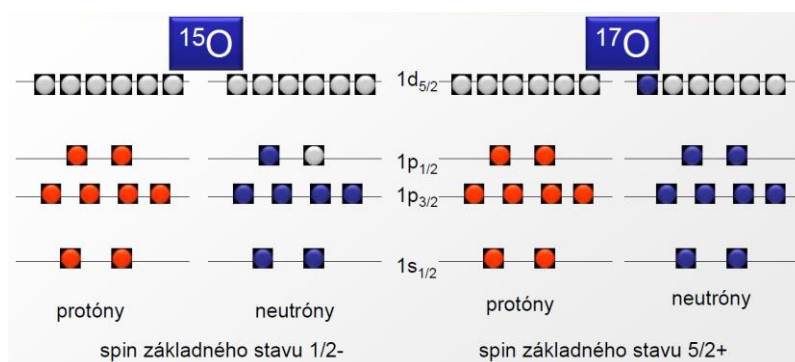
Podstatou hladinového modelu jadra je teda *voľný pohyb nukleónov na fixných energetických hladinách bez vzájomných interakcií spojených s výmenou energie*. Takéto správanie je možné vysvetliť *Pauliho vylučovacím princípom*. Nukleóny sú v pohybe v strednom potenciálovom poli („self-consistent field“) vytváranom všetkými ostatnými nukleónmi. Najnižšie hladiny sú všetky obsadené, takže nukleón z týchto hladín nemôže podstúpiť kolíziu s iným nukleónom s následnou výmenou energie, ktorá by ich oba presunula do susednej hladiny, pretože sú všetky stavy obsadené. Na prechod do vyššej voľnej hladiny by bol nevyhnutný prechod druhého nukleónu do nižšej hladiny, čo tiež nie je možné, keďže je zaplnená. Zriedkavo sa objavujú kolízie spojené s excitáciou jedného z nukleónov do energetickej hladiny nad Fermiho hladinu. Aby zostal pri takomto procese platný zákon zachovania energie, musí byť jeho trvanie podľa Heisenbergovho princípu neurčitosti veľmi krátke. Po uplynutí tohto veľmi krátkeho času nastáva návrat do pôvodného stavu. To znamená, že *nukleóny sa pohybujú v jadre voľne a nezávisle, zotrúvajú na ich špecifickej energetickej hladine*.

Postupnosť zaplňania jadrových hladín s uvažovaním spin-orbitálnej väzby je v tabuľke 4.2. Treba pripomenúť, že postupnosť zaplňania je silne závislá od tvaru potenciálovej jamy, pre ktorú sa rieši Schrödingeroва rovnica.

Tab. 4.2. Postupnosť zaplňania jadrových hladín.

Sféra	Stav	Počet nukleónov	Sumárny počet
I.	1 $s_{1/2}$	2	2
II.	2 $p_{3/2}$ 2 $p_{1/2}$	4+2=6	8
III.	3 $d_{5/2}$ 2 $s_{1/2}$ 3 $d_{3/2}$	6+2+4=12	20
IV.	4 $f_{7/2}$ 3 $p_{3/2}$ 4 $f_{5/2}$ 3 $p_{1/2}$ 5 $g_{9/2}$	8+4+6+2+10=30	50
V.	5 $g_{7/2}$ 4 $d_{5/2}$ 4 $d_{3/2}$ 3 $s_{1/2}$ 6 $h_{11/2}$	8+6+4+2+2=32	82
VI.	6 $h_{9/2}$ 5 $f_{7/2}$ 5 $f_{5/2}$ 4 $p_{3/2}$ 4 $p_{1/2}$ 7 $i_{13/2}$	10+8+6+4+2+14=44	126

Jedným z hlavných úspechov hladinového modelu jadra bolo vysvetlenie *spinu a parity* základných stavov väčšiny jadier. Pre jadrá s jedným nukleónom mimo uzavretej vrstvy, prípadne s jedným chýbajúcim nukleónom vo vrstve (teda vakanciou, ktorá sa správa analogicky častici), sú spin s parita základného stavu jadra určované nadbytočným nukleónom, resp. vakanciou, keďže nukleóny v rámci uzavretej vrstvy majú nulový výsledný moment hybnosti, podobne ako v atóme. Vezmime si príklad jadier kyslíka $^{17}_8\text{O}$ a $^{15}_8\text{O}$. Jadro $^{17}_8\text{O}$ má jeden nukleón mimo uzavretej vrstvy, teda na najbližšej dostupnej hladine $d_{5/2}$, pokým jadrú $^{15}_8\text{O}$ chýba jeden nukleón na $p_{1/2}$ hladine do uzavretia vrstvy (Obr. 4.14). Moment hybnosti pre jadro $^{17}_8\text{O}$ je preto $\frac{5}{2}\hbar$ a pre jadro $^{15}_8\text{O}$ má hodnotu $\frac{1}{2}\hbar$. Parity základných stavov určíme ako $(-1)^l$, takže pre p -orbital, teda $l = 2$ bude $(-1)^2 = 1$ kladná (párna) a pre d -orbital, teda $l = 3$ bude $(-1)^3 = -1$, teda záporná (nepárna). Tieto výsledky sú konzistentné s experimentálne zistenými hodnotami.



Obr. 4.14. Obsadzovanie energetických hladín základného stavu jadier $^{17}_8\text{O}$ a $^{15}_8\text{O}$.

V prípade, ak sú mimo zaplnenej vrstvy dva nukleóny, stáva sa situácia zložitejšou a výsledný moment hybnosti môže nadobúdať viac hodnôt. Z experimentov vieme, že všetky páro-párne jadrá majú v základnom stave nulový výsledný spin (celkový moment hybnosti) a kladnú paritu. Na vysvetlenie tejto skutočnosti bola zavedená teória *silnej párovacej interakcie* medzi nukleónmi, podľa ktorej protóny a neutróny vytvárajú páry s opačnými orientáciami vlastných a orbitálnych momentov hybností, tzn. výsledný moment hybnosti párov je nulový ($J = 0$). Tým pádom nukleóny v zaplnenej vrstve, rovnako ako párne počty protónov alebo neutrónov mimo zaplnenej vrstvy, neprispievajú k výslednému momentu hybnosti v základnom stave. Toto správanie indikuje, že popri interakcii so stredným potenciálom a spin-orbitálnou silou, existuje ešte silná párovacia interakcia, ktorá významne podporuje párovanie protónov a neutrónov do stavov s $J = 0$. Jedná sa o *reziduálnu jadrovú interakciu*,

ktorá nie je popísaná sféricky symetrickým stredným potenciálom hladinového modelu ani spin-orbitálnou väzbou. Vysoký energetický zisk pri párovaní nukleónov je dôvodom, prečo jadrá silne preferujú párne Z a párne N , a je základom párovacieho člena v semi-empirickom vzťahu pre väzbovú energiu (vzťah 4.6).

Spin a parita základného stavu u nepárno-párnych jadier je určovaná nespáreným nukleónom, keďže všetky páry majú $J = 0$. Jadrové spiny nepárno-nepárnych jadier sú určované väzbou medzi nespárovaným protónom a nespárovaným neutrónom. Keďže ich vlastné spiny sú $1/2$ (takže výsledný vlastný spin je $s = 0$ alebo 1) a orbitálny moment hybnosti je vždy celé číslo, výsledkom spárovania musí byť znova celé číslo. V prírode sa vyskytuje len deväť nepárno-nepárnych jadier, čo je ďalším silným dôkazom existencie jadrovej párovacej sily. Štyri z nich sú stabilné a majú v základnom stave spin 1 alebo 3 , zvyšných päť je nestabilných so spinmi $2, 4, 5, 6$ a 7 .

Významným úspechom hladinového modelu jadra bolo objasnenie *ostrovov jadrovej izomérie* v oblastiach okolo uzavretých vrstiev. Jav jadrovej izomérie nastáva, ak v blízkosti základného stavu jadra existuje energetická hladina, ktorá sa od základného stavu značne líši spinom (momentom hybnosti). Doba života takejto excitovanej hladiny je potom oveľa dlhšia, rádovo sekundy, minúty, dni a dokonca aj roky, pričom tieto hladiny nazývame metastabilné a hovoríme o izomérom stave jadra.

Ďalším triumfom hladinového modelu bola správna predpoveď znamienka a zhruba veľkosti *magnetických momentov jadier v základnom stave*. Odchýlky od experimentálne zistených hodnôt sú pozorované v prípade ťažkých jadier v dôsledku polarizačného efektu uzavretých vrstiev.

Hladinový model tiež správne predikoval kvadrupólové momenty, Q , ktoré sa zhodujú s výsledkami z meraní pre sférické magické čísla, predovšetkým objasnil zmenu znamienka kvadrupólového momentu pri prechode jadra s nepárnym Z spod magického čísla nad toto číslo.

Zhrnutie základných postulátov hladinového modelu:

- Nukleóny sa pohybujú v strednom poli vytváranom ostatnými nukleónmi.
- Nukleóny navzájom neinteragujú, sú kvázi nezávislé.
- Obsadzujú rôzne energetické stavy (štiepenie hladín v dôsledku spin-orbitálnej väzby).
- Riadia sa Fermi-Diracovou štatistikou, platí pre ne Pauliho vylučovací princíp.
- Uplatňuje sa silná párovacia interakcia medzi nukleónmi.

Nedostatkom hladinového modelu sú nezhody pri určovaní magnetických momentov a kvadrupólových momentov niektorých jadier. Tento model neobjasňuje deformácie jadier, radiačné prechody a dynamiku delenia jadier. Na vysvetlenie týchto otázok bolo potrebné pozmeniť hladinový model jadra. Práce v tomto smere viedli ku kolektívnemu modelu jadra.

Kolektívny (všeobecný) model jadra

Hladinový model vychádzal s predpokladom sférickej symetrie potenciálu a neprítomnosti interakcie medzi nukleónmi, ktorých platnosť je však len približná. Odstránenie niektorých nedostatkov hladinového modelu sa podarilo zavedením odchýlky potenciálu od sférickej symetrie, ktorá je spôsobená vzájomnou interakciou medzi nukleónmi. Takýmto spôsobom všeobecný model jadra spája v sebe výhody hladinového modelu (jednočasticový kvantový model) a kvapkového modelu (kolektívny, ale nekvantový model).

Podobne, ako pri hladinovom modeli, aj pri všeobecnom modeli predpokladáme, že nukleóny v jadre sa pohybujú v akomsi priemernom poli, ktoré prakticky nezávisí od polohy nukleónov, a vytvárajú uzavreté neutrónové a protónové vrstvy. Predstavme si, že jadro sa skladá z vnútornej stabilnejšej oblasti, ktorú tvoria nukleóny na úplne obsadených vrstvách (tzv. *kolektívny podsystem nukleónov*) a vonkajšej oblasti s nukleónmi, ktoré sa pohybujú v poli tejto stabilnejšej oblasti (tzv. *jednočasticový podsystem*). Kolektívny podsystem zahŕňa nukleóny, ktorých počet najčastejšie zodpovedá magickému číslu, ktoré je nižšie, ako príslušný počet nukleónov daného jadra a je mu najbližšie. Tento podsystem sa popisuje ako kvapka kvantovej kvapaliny. Jednočasticový podsystem je tvorený ostatnými nukleónmi v jadre, ktoré sa popisujú analogicky, ako v hladinovom modeli. Na vybraný nukleón jednočasticového podsystemu pôsobí efektívny potenciál, ktorý nahrádza pôsobenie ostatných nukleónov tohoto podsystemu a tiež nukleónov kolektívneho podsystemu.

Vonkajšie nukleóny môžu vytvárať na povrchu jadra rôzne fluktuácie – nehomogenity potenciálu jadrového poľa, čím sa dá vysvetliť porušenie sférického tvaru jadra. Veľkosť deformácie závisí od počtu vonkajších nukleónov a od ich kvantových stavov.

Na základe kolektívneho modelu jadra sa získali tieto poznatky:

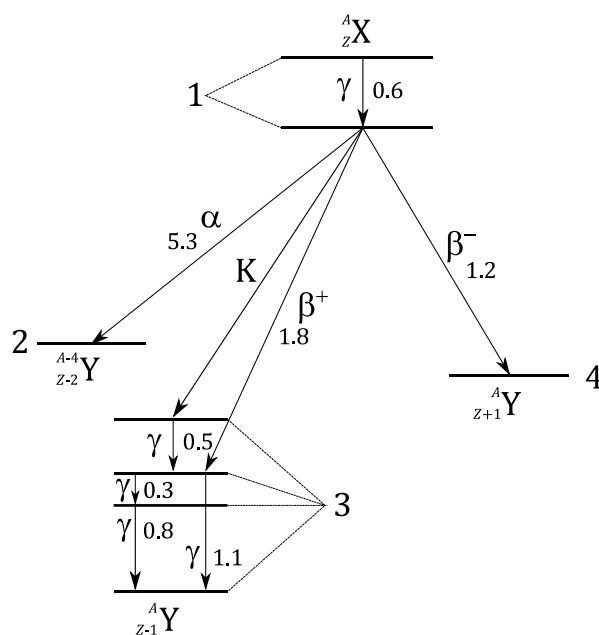
- a) určenie správnych hodnôt spinov niektorých jadier,
- b) vysvetlenie vysokých hodnôt kvadrupólových elektrických momentov pre nesférické jadrá,
- c) dosiahnutie lepšej zhody medzi vypočítanými a experimentálnymi magnetickými momentami jadier,
- d) vysvetlenie excitácie malého počtu nukleónov, ako aj kolektívnej excitácie väčšieho počtu nukleónov, ku ktorému dochádza pri jadrových reakciách.

5. Rádioaktívne premeny

5.1. Rozpadové schémy rádioaktívnych premien

Kvôli prehľadnosti a rýchlej orientácii je vhodné znázorňovať rádioaktívne premeny pomocou diagramov energetických hladín. Energetický diagram poskytuje údaje o druhu vyžarovaných častíc, ich počte pripadajúcom na jedno rozpadajúce sa jadro, energii častíc, ako aj informácie o materskom a dcérskom jadre.

Na obr. 5.1 je všeobecný príklad rozpadovej schémy, ktorá zahŕňa v sebe všetky údaje a typy premien, s ktorými sa v praxi stretávame. Číselné údaje sú len reprezentatívne a zvolené náhodne. Horizontálne čiary 1 v hornej časti predstavujú energetické stavy východiskového jadra rádioaktívneho izotopu A_ZX (materský rádionuklid) a horizontálne čiary 2, 3 a 4 v spodnej časti predstavujú energetické stavy konečných jadier atómov ${}^{A-4}_{Z-2}Y$, ${}^A_{Z-1}Y$ a ${}^A_{Z+1}Y$ vzniknutých po premene (dcérske nuklidy, resp. produkty). Vzdialenosti medzi čiarou východiskového a konečného stavu zároveň určujú v danom meradle orientačne energiu príslušnej premieny. Čiara konečného stavu je vzhľadom na východiskový stav posunutá vpravo (čiara atómu ${}^A_{Z+1}Y$) alebo vľavo (atómy ${}^{A-4}_{Z-2}Y$ a ${}^A_{Z-1}Y$), podľa toho, či sa pri danej premene zväčšuje alebo znižuje protónové číslo vznikajúceho atómu. Ak pri premene vzniká atóm, ktorého jadro sa nachádza vo vzбудenom stave (atóm ${}^A_{Z-1}Y$), prechod do základného stavu sa uskutočňuje spravidla vyžiarovaním fotónu gama. Energetické hladiny týchto prechodových stavov v schéme značíme pod sebou ležiacimi horizontálnymi čiarami. Vzdialenosti medzi týmito čiarami predstavujú taktiež energetické rozdiely medzi jednotlivými prechodovými stavmi. Prechod jadra z jedného energetického stavu do druhého sa v rozpadovej schéme naznačuje šípkou medzi príslušnými horizontálnymi čiarami. Ak šípka smeruje vpravo, ide o premenu, pri ktorej vzniká nový atóm s väčším protónovým číslom (napr. premena beta mínus), ak šípka smeruje vľavo vzniká nový prvok s menším protónovým číslom (napr. alfa premena, premena beta plus, elektrónový záchyt). Vertikálne šípky naznačujú, že prechod medzi príslušnými energetickými hladinami nastáva vyžiarovaním fotónu gama.



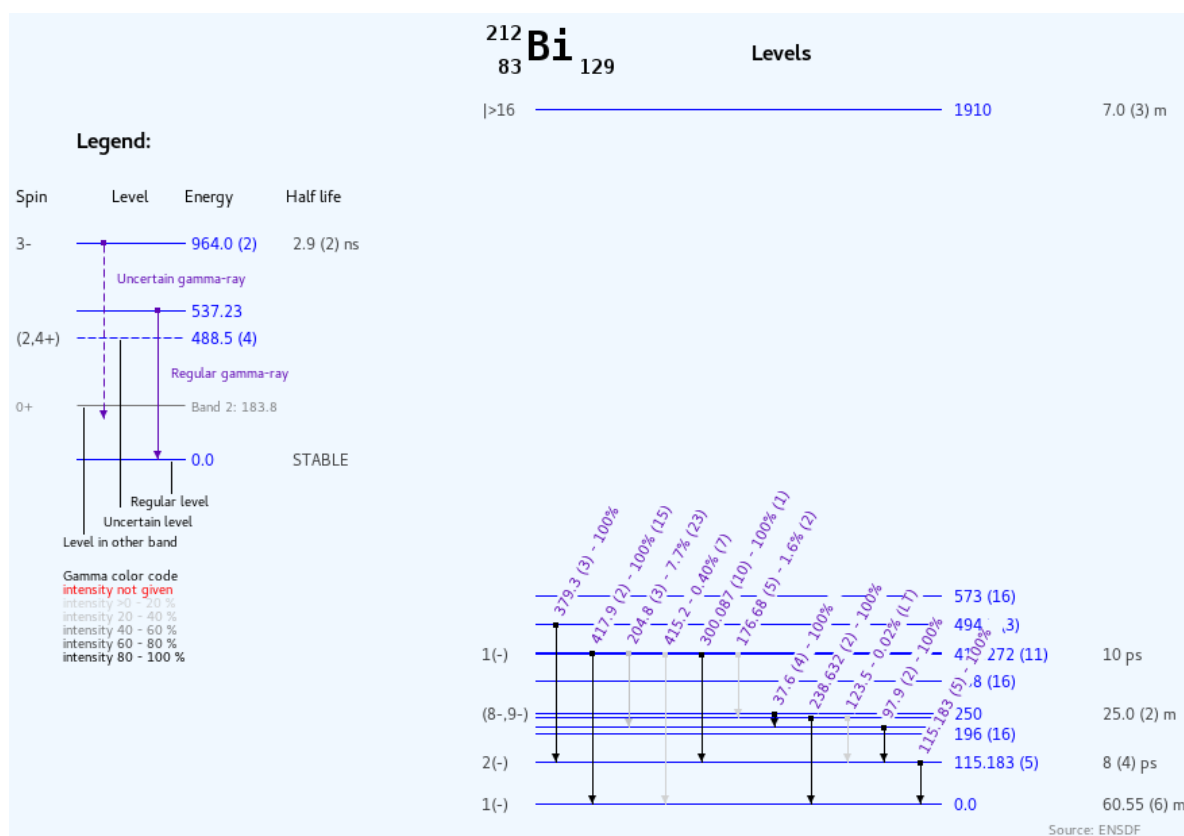
Obr. 5.1. Všeobecný príklad rozpadovej schémy.

Prechody, ktoré ešte nie sú dokázané, ale sa predpokladajú, sú v schémach zvyčajne označované prerušovanými čiarami.

Nad čiarou východiskového stavu sa píše značka materského prvku s označením nukleónového čísla A a protónového čísla Z a pod čiarou základného stavu značka vznikajúceho prvku s číslom A a Z .

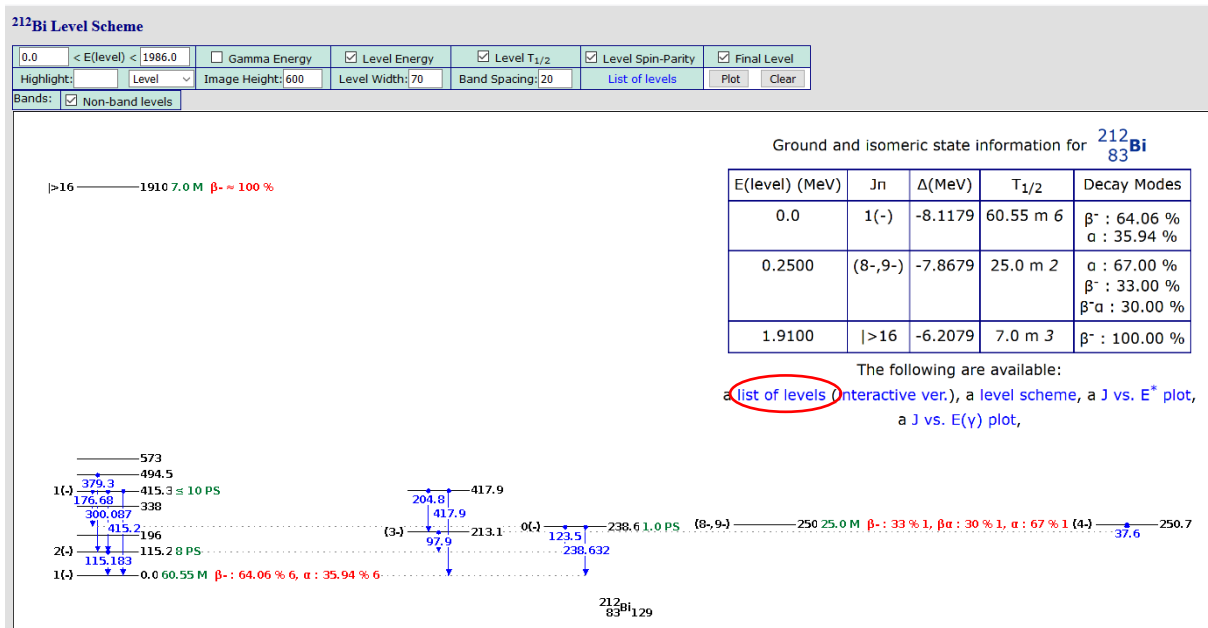
Vedľa šípky sa nachádza označenie príslušnej premeny: α - alfa, β^+/β^- - beta plus, resp. mínus, γ - gama premena, EZ - elektrónový záchyt, v prípade K -záchytu označenie K . Niekedy sa stretneme s označením elektrónového záchytu symbolom ε , ktorý však môže predstavovať aj sumárne označenie pre β^+ premenu a EZ . Pri označení druhu rádioaktívnej premeny je zapísané číslo vyjadrujúce energiu častice alfa, fotónov gama a pri beta premene táto hodnota udáva maximálnu energiu beta spektra. Okrem toho sa uvádza na tomto mieste tiež pravdepodobnosť rozpadu v percentách, niekedy aj spin, doba života a doba polpremeny.

Na znázorňovanie rozpadových schém je výhodné použiť rôzne databázy dostupné na internete poskytujúce možnosť interaktívneho znázornenia rozpadovej schémy hľadaného izotopu (napr. ENSDF - evaluated nuclear structure and decay data, EXFOR - Experimental nuclear reaction data, a i.). Na obr. 5.2 je príklad rozpadovej schémy pre bizmut $^{212}_{83}\text{Bi}$ z databázy ENSDF, „Nuclear Data Services“ (NDS) medzinárodnej agentúry pre atómovú energiu IAEA. Legenda vľavo popisuje štruktúru schémy.



Obr. 5.2. Príklad rozpadovej schémy pre bizmut $^{212}_{83}\text{Bi}$ z prostredia NDS. Legenda vľavo popisuje vyznačené hodnoty spinu („Spin“), energie príslušnej energetickej hladiny („Energy“) a doby polpremeny („Half-life“). (Zdroj: <https://www-nds.iaea.org/relnsd/vcharthtml/VChartHTML.html>).

Ďalšou možnosťou je databáza „National Nuclear Data Center“ (NNDC), ktoré tiež umožňuje zobrazenie rozpadovej schémy vybraného nuklidu podľa užívateľom nastavených preferencií. Príklad rozpadovej schémy pre bizmut $^{212}_{83}\text{Bi}$ je na obr. 5.3.

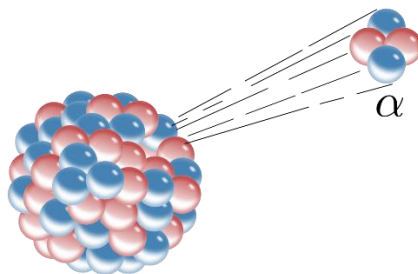


Obr. 5.3. Príklad rozpadovej schémy pre bizmut ²¹²₈₃Bi z databázy NNDC (Zdroj: <http://www.nndc.bnl.gov/chart/>).

5.2. Alfa premena

Keďže príťažlivé sily medzi nukleónmi sú krátkodosahové, je celková väzbová energia jadra úmerná približne jeho nukleónovému číslu A , t.j. počtu nukleónov v jadre. Odpudivé elektrostatické sily medzi protónmi však majú neobmedzený dosah a celková deštruktívna energia v jadre je úmerná približne druhej mocnine protónového čísla, Z^2 . Jadrá obsahujúce 210 a viac nukleónov sú tak veľké, že krátkodosahové jadrové sily, ktoré držia jadrá pokope, sotva stačia vykompenzovať vzájomné odpudzovanie protónov. Premena alfa prebiehajúca u týchto jadier predstavuje spôsob zvyšovania ich stability zmenšovaním ich veľkosti.

Premena alfa je teda spontánna rádioaktívna premena sprevádzaná emisiou alfa častíc jadrom materského rádionuklidu (Obr. 5.4). **Alfa častica, α** , je identická s jadrom hélia, ${}^4_2\text{He}$, t.j. dvakrát ionizovaným atómom ${}^4_2\text{He}$, teda pozostáva z dvoch protónov a dvoch neutrónov, nesie náboj $+2e$ a má hmotnosť $4u$. Alfa častice boli identifikované a pomenované v roku 1903 Ernestom Rutherfordom.



Obr. 5.4. Schematické znázornenie alfa premeny.

Pre jadrové premeny platia zákony zachovania elektrického náboja a počtu nukleónov, z ktorých vychádza tzv. *Soddyho-Fajansovo posuvné pravidlo*. Použitím tohto pravidla vieme dopredu povedať, aký nuklid vznikne v priebehu rádioaktívnej premeny a aké bude mať daný prvok chemické vlastnosti. Podľa tohto pravidla, dcérsky nuklid Y vznikajúci pri alfa premene bude mať atómové číslo o dve

jednotky menšie a nukelónové číslo o štyri jednotky menšie ako materský nuklid X . Keďže všetky elektróny zostávajú pri dcérskom jadre, vzniká záporne nabitý ión s nábojom $-2e$ (dva protóny s nábojom $+2e$ opustili jadro). Symbolický zápis alfa premeny má potom tvar:

$${}^A_ZX \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + \alpha ({}^4_2\text{He}) \quad (5.11)$$

Ak uvažíme pokojový stav materského rádionuklidu X pred alfa premenou, zo zákona zachovania energie dostávame:

$$m_X c^2 = m_Y c^2 + m_\alpha c^2 + E_\alpha + E_r \quad (5.2)$$

kde m_X , m_Y a m_α sú pokojové hmotnosti materského jadra, dcérskeho jadra, resp. alfa častice a E_α a E_r sú kinetické energie alfa častice a späťne odrazeného dcérskeho jadra (index “ r ” je z anglického “*recoil*”, t.j. spätný odraz). Hmotnosti jadier môžeme vyjadriť pomocou atómových hmotností (M_X , M_Y a M_{He}) a hmotnosti elektrónu, m_e , nasledovne:

$$\begin{aligned} m_X &= M_X - Zm_e \\ m_Y &= M_Y - (Z - 2)m_e \\ m_{He} &= M_{He} - 2m_e \end{aligned} \quad (5.3)$$

Ak vo vzťahu 5.2 nahradíme hmotnosti jadier atómovými hmotnosťami a zanedbáme väzbovú energiu medzi elektrónmi a jadrom (dosahuje rádovo niekoľko desiatok elektrónovoltov), dostaneme pre **energiu alfa premeny**, Q_α , nasledovné vyjadrenie:

$$Q_\alpha = E_\alpha + E_r = [m_X - (m_Y + m_{He})]c^2 = [M_X - (M_Y + M_{He})]c^2 = \Delta Mc^2 \quad (5.4)$$

pričom si môžeme všimnúť ekvivalentné vyjadrenie energie alfa premeny pomocou jadrových a atómových hmotností z dôvodu rovnakému počtu elektrónov na oboch stranách rovnice premeny. Je zrejmé, že keď dôjde k alfa premene, musí byť $Q_\alpha > 0$, z čoho vyplýva, že

$$M_X(Z, A) > M_Y(Z - 2, A - 4) + M_{He} \quad (5.5)$$

Preto **nevyhnutnou podmienkou spontánnej alfa premeny** je, aby bola hmotnosť materského atómu väčšia, ako súčet hmotností dcérskeho atómu a atómu hélia.

Napríklad polónium, ${}^{210}_{84}\text{Po}$, môže podstúpiť alfa premenu ${}^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + \alpha$,

keďže $M({}^{210}\text{Po}) = 209.9829u$, $M({}^{206}\text{Pb}) = 205.9744u$ a $M({}^4\text{He}) = 4.0026u$,

a teda podmienka 5.5 je splnená. Pre energiu alfa premeny dostávame potom experimentálne pozorovanú hodnotu:

$$Q_\alpha = (209.9829 - 205.9744 - 4.0026)uc^2 = 0,0059u \times \frac{931.5\text{MeV}}{u} = 5.5\text{MeV}.$$

Naopak, dá sa ukázať, že v prípade medi ${}^{64}\text{Cu}$, nemôže nastať alfa premena z dôvodu nesplnenej podmienky 5.5.

Energia alfa premeny

Pod energiou alfa premeny rozumieme súčet kinetickej energie vzniknutej alfa častice, E_α , a kinetickej energie späťne odrazeného dcérskeho jadra, E_r . Keďže hmotnosť dcérskeho jadra je veľká v porovnaní s hmotnosťou alfa častice, energia späťne odrazeného dcérskeho jadra bude veľmi malá. Pomer E_r a E_α môžeme určiť zo zákona zachovania hybnosti:

$$m_Y v_Y = m_\alpha v_\alpha \quad (5.6)$$

pričom sme uvážili, že materské jadro je v pokoji. Energia spätne odrazeného dcérskeho jadra je potom:

$$E_r = \frac{1}{2} m_Y v_Y^2 = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2 \frac{m_\alpha}{m_Y} = \frac{m_\alpha}{m_Y} E_\alpha \quad (5.7)$$

Takže energia alfa premeny bude:

$$Q_\alpha = E_\alpha + E_r = \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_Y}\right) E_\alpha \cong \left(1 + \frac{4}{A-4}\right) E_\alpha = \frac{A}{A-4} E_\alpha \quad (5.8)$$

Ak si vezmeme prípad alfa premeny ^{210}Po , pre energiu dostávame: $Q_\alpha = \frac{209.9829}{205.9744} E_\alpha \approx \frac{210}{206} E_\alpha$.

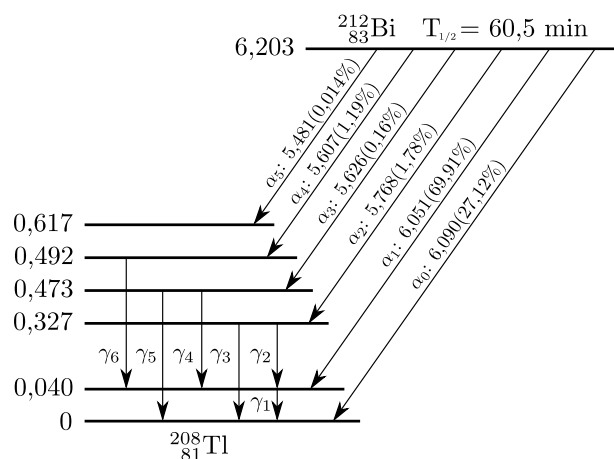
Môžeme si všimnúť, že pri uvážení pomeru atómových čísel materského a dcérskeho jadra namiesto pomeru hmotností jadier sa dopúšťame nevýznamnej chyby na úrovni 1 z 10^4 , t.j. napr. 1 keV pri 10 MeV. Vzťah 5.8 je dôležitý, pretože umožňuje určiť energiu alfa premeny zo známej energie uvoľnenej alfa častice. Kinetickú energiu alfa častíc vieme v súčasnosti merať pomocou detektorov s veľkou presnosťou.

Alfa častice emitované v procese alfa premeny sú **monoenergetické**, pretože materské aj dcérske jadro majú špecifické (kvantované) energetické stavy. Keďže energetické stavy materského a dcérskeho jadra sú vždy rovnaké, bude mať uvoľnená alfa častica vždy tú istú energiu. Vo veľa prípadoch alfa premeny sú uvoľnené skupiny alfa častíc s rôznymi energiami (teda monoenergetické v rámci skupiny). Napríklad bizmut $^{212}\text{Bi}(\text{ThC})$ v procese premeny na tálium ^{208}Tl emituje šesť skupín alfa častíc s rôznymi energiami. V tabuľke 5.1. sú uvedené energie alfa častíc, E_α , ako aj energie alfa premeny, Q_α , prislúchajúce jednotlivým skupinám vypočítané použitím vzťahu 5.8. Energetické spektrum produkovaných alfa častíc je teda diskrétné a pozostáva zo samostatných energetických “čiar”, resp. “píkov”. Existencia viacerých hodnôt energií alfa častíc je dôsledkom rôznych diskretných energetických stavov dcérskeho jadra, keďže alfa premena sa uskutočňuje medzi dvoma diskretnými energetickými stavmi jadra.

Na obr 5.5 je diagram jadrových energetických stavov (hladín) bizmutu ^{212}Bi . Uvoľnením alfa častíc skupiny α_0 (maximálna kinetická energia), prechádza ^{212}Bi do základného stavu ^{208}Tl , pričom energia alfa premeny, Q_α , je $E_{00} = 6,207 \text{ MeV}$. Číslice indexu vyjadrujú, že sa jedná o prechod zo základného do základného stavu ($0 \rightarrow 0$). V prípade emisie alfa častíc skupiny α_1 , prechádza ^{212}Bi do prvého vzбудeného stavu ^{208}Tl s energiou $E_{01} = 6,167 \text{ MeV}$ ($0 \rightarrow 1$). Keďže po premene je jadro vo vzbudenom stave, prechádza **emisiou γ -žiarenia** do základného stavu. Energia γ -žiarenia, E_γ , je daná rozdielom energií E_{00} a E_{01} , t.j. 0,040 MeV. Táto hodnota zodpovedá príslušnému energetickému rozdielu základnej a vzbudenej hladiny jadra. Energie γ -žiarenia ostatných prechodov sú uvedené v Tab. 5.1. γ -žiarenie môže byť emitované aj pri prechode dcérskeho jadra z vyššieho vzbudeneho stavu do nižšieho vzbudeneho stavu, napr. $E_{02} - E_{03} = 0,145 \text{ keV}$. Pravdepodobnosť tohto procesu závisí od spinu jadra, parity jadra a konfigurácie jadrových stavov.

Tab. 5.1. Energie alfa premeny ^{212}Bi a energie emitovaných alfa častíc a γ -žiarenia.

Skupina	$E_\alpha [\text{MeV}]$	$Q_\alpha [\text{MeV}]$	$E_\gamma [\text{MeV}]$
α_0	6,090	6,207	-
α_1	6,051	6,167	0,040
α_2	5,768	5,879	0,328
α_3	5,626	5,734	0,473
α_4	5,607	5,715	0,493
α_5	5,481	5,586	0,621



Obr. 5.5. Rozpadová schéma ^{212}Bi demonštrujúca jemnú štruktúru alfa premeny. Energie sú v MeV.

Energia vzбудenia dcérskeho jadra môže byť uvoľnená tiež emisiou vnútorných **konverzných elektrónov**. Napríklad, energia vnútorných konverzných elektrónov uvoľnených z K -hladiny pri prechode dcérskeho jadra z druhého vzбудeného do základného stavu ($0 \rightarrow 2$), bude $E_{eK2} = E_{00} - E_{02} = E_{\gamma 2} - E_{BK}$, kde E_{BK} je väzbová energia elektrónu na K -hladine.

Príklad: Pri alfa premene curia ^{246}Cm vznikajú alfa častice s energiami 5,386 a 5,353 MeV a sprievodné γ -žiarenie s energiou 44,5 MeV. Napíšte rovnicu premeny, vypočítajte celkovú energiu premeny, energiu spätne odrazeného jadra a overte maximálnu energiu alfa častíc.

Rovnica premeny bude: $^{246}_{96}\text{Cm} \rightarrow ^{242}_{94}\text{Pu} + ^4_2\text{He}$, teda vzniká dcérske jadro ^{242}Pu (plutónium)

a celková energia premeny:

$$Q_{\alpha} = [246,067222u - (242,058741u + 4,002603u)] \times \frac{931,5 \text{ MeV}}{u} = 5,475 \text{ MeV}$$

Energia spätne odrazeného dcérskeho jadra je:

$$E_r = 5,475 \text{ MeV} \left(\frac{4}{242+4} \right) = 0,089 \text{ MeV} = 89 \text{ keV}$$

a maximálna energia alfa častice je:

$$E_{\alpha} = 5,475 \text{ MeV} \left(\frac{242}{242+4} \right) = 5,386 \text{ MeV}.$$

Môžeme ešte ukázať, že platí zákon zachovania energie:

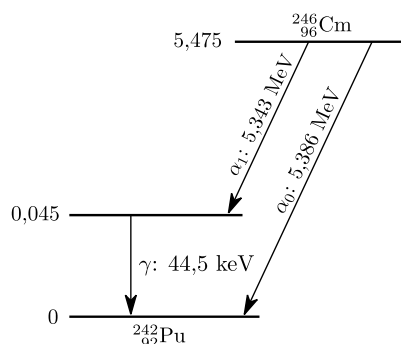
$$Q_{\alpha} = E_{\alpha} + E_r = 5,386 \text{ MeV} + 0,089 \text{ MeV} = 5,475 \text{ MeV}.$$

Maximálna energia alfa častice teda zodpovedá prípadu, keď je celková energia premeny presne prerozdelená medzi alfa časticu a dcérske jadro, ktoré je v základnom stave. Keď materské jadro emituje alfa časticu s menšou energiou, vzniká dcérske jadro v excitovanom stave. Rozdiel energií základného a excitovaného stavu ^{242}Pu potom korešponduje s rozdielom energií alfa častíc:

$$5,386 \text{ MeV} - 5,343 \text{ MeV} = 43 \text{ keV}$$

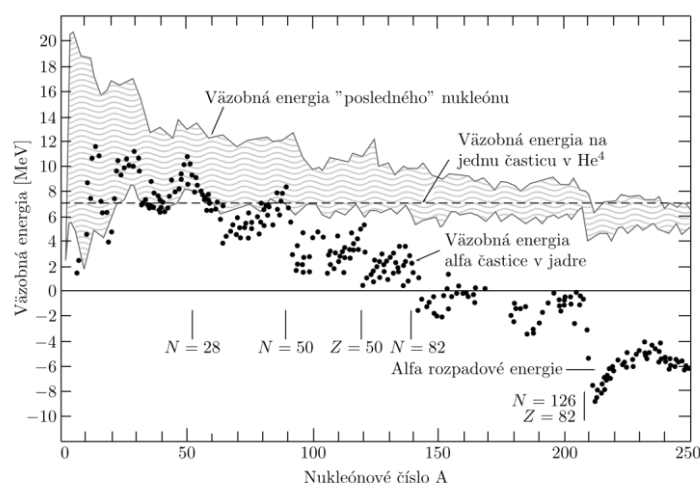
Tieto hodnoty energií sú však určované experimentálne (empiricky), a preto môžeme pozorovať odchýlku vypočítanej hodnoty od hodnoty tabelovanej (44,5 keV).

Rozpadová schéma curia ^{246}Cm je na obr. 5.6. V literatúre môžeme nájsť rozpadové schémy, v ktorých sa šípky nedotýkajú energetických hladín dcérskeho nuklidu (v tomto prípade ^{242}Pu), aby bola vyjadrená skutočnosť, že celková energia premeny je väčšia, ako energia 5,386 MeV alfa častice, resp. súčet energií 5,343 MeV-alfa častice a 44,5 keV- γ -fotónu.



Obr. 5.6. Rozpadová schéma curia ^{246}Cm .

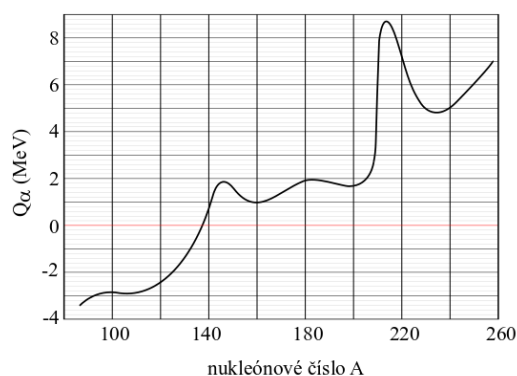
Pozrime sa na alfa premenu z pohľadu **väzbovej energie**, ktorá je mierou stability jadra vzhľadom na rozdelenie na ľubovoľné časti. Čím väčšia je väzbová energia, tým ťažšie dôjde k rozdeleniu. Ak je väzbová energia vzhľadom na určitý druh rozdelenia (emisie častice) záporná, potom môže dôjsť k samovoľnej premeny. Na obr. 5.7 je znázornená závislosť väzbovej energie na nukleón od nukleónového čísla. Horná obalová krivka vyšrafovannej oblasti predstavuje väzbovú energiu posledného nukleónu, prerušovaná čiara prechádzajúca hodnotou väzbovej energie *ca* 7 MeV reprezentuje väzbovú energiu na nukleón v jadre ^4_2He a samostatnými bodmi je znázornená väzbová energia alfa častice v jadre. Môžeme si všimnúť, že v oblasti stredne ťažkých jadier k alfa premene nemôže dôjsť, pretože väzbová energia alfa častice v jadre je kladná. Záporné hodnoty nadobúda až pre nukleónové čísla $A \geq 140$. Jadrá v tejto oblasti nukleónových čísel sú teda termodynamicky nestabilné voči alfa premene a vykazujú kladnú hodnotu energie alfa premeny, Q_α . Zväčša však pozorujeme alfa premenu až u ťažších jadier s $A \geq 210$, u ktorých sa väzbová energia na nukleón v dôsledku Coulombovho odpudzovania protónov významnejšie znižuje, a tým pádom sa alfa premena stáva energeticky výhodnou.



Obr. 5.7. Závislosť väzbovej energie na nukleón, ϵ , od nukleónového čísla A .

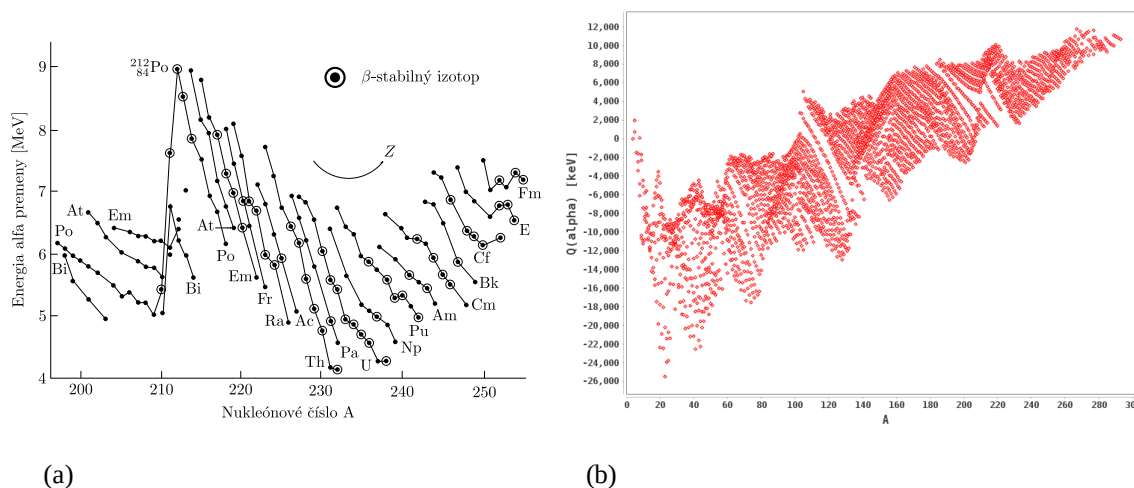
Zdroj: <http://oregonstate.edu/instruct/ch374/ch418518/lesson8-rev.pdf>

Pre presné určenie hodnôt A a Z jadier, pri ktorých je energeticky možná alfa premena, je potrebné využiť experimentálne údaje o väzbových energiách jadier. Graf experimentálnych hodnôt Q_α je na obr. 5.8. Z grafu vidieť, že k alfa premene môže dochádzať pri jadrách s $A \geq 140$. Tak isto vidieť, že v oblastiach okolo $A = 145$ a $A = 212$ nadobúda hodnota Q_α lokálne maximum. Maximum pri hodnote $A = 140$ súvisí s tým, že počet neutrónov $N = A - Z = 82$ je rovný magickému číslu, podobne v prípade $A = 210$ je tomuto magickému číslu rovný počet protónov. Na základe uvedenej závislosti sa vysvetľuje existencia hranice alfa premeny ťažkých jadier pri $Z = 82$ a existencia alfa rádioaktivity v oblasti jadier vzácnych zemín.



Obr. 5.8. Závislosť energie alfa premeny Q_α od nukleónového čísla A .

Presnejšie znázornenie závislosti experimentálne zistenej energie alfa premeny od nukleónového čísla pre ťažké prvky je na obr. 5.9, kde sú hodnoty Q_α vynesené pre rôzne izotopy. Všeobecne platí, že hodnota Q_α s nukleónovým číslom narastá, avšak existujú lokálne odlišnosti od tohto trendu podmienené povrchovými efektami (bližšie popísanými v kapitole „Väzbová energia jadra“). Významné kolísanie pozorujeme napríklad v oblasti $N = 126$ a $Z = 82$ (zodpovedá zaplnenej neutrónovej, resp. protónovej energetickej hladine). Maximum energie alfa premeny pozorujeme v prípade, keď sú dva voľne viazané nukleóny mimo zaplnenej hladiny odnesené z jadra v dôsledku emisie alfa častice.



Obr. 5.9. Závislosť energie alfa premeny od nukleónového čísla: pre vybrané nuklidy v oblasti vysokých hodnôt A , (a), zdroj: <https://www.slideshare.net/andriisofiienko/alpha-decay-physical-background-and-practical-applications> Burcham: Nuclear Physics, Introduction; pre všetky nuklidy (z databázy NDS), (b), zdroj: <https://www-nds.iaea.org/relnsd/vcharthtml/VChartHTML.html>.

Keď sa pozrieme na **pomer N/Z** pri alfa premene, môžeme si všimnúť, že dochádza k jeho nárastu. Z hľadiska stability je však výhodnejšia tvorba menšieho jadra s nižším pomerom N/Z . Po sérii alfa premien (príp. aj po jednej alfa premene) môže pomer N/Z nadobudnúť tak vysokú hodnotu, že je nevyhnutná **následná beta premena**. Z dôvodu nárastu pomeru N/Z po alfa premenách sú všetky prírodné rozpadové rady kombináciou alfa a beta premien.

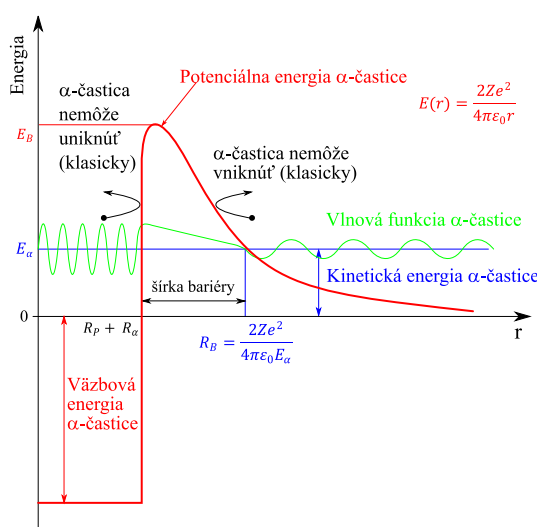
Treba si tiež uvedomiť, že alfa premenou sa **nemení párnosť, resp. nepárnosť** počtu protónov a neutrónov jadier. Ak má materské jadro párný počet protónov aj neutrónov, bude mať párný počet protónov a neutrónov aj dcérske jadro. Analogicky, ak je počet protónov a neutrónov napríklad páro-nepárny, bude tento stav zachovaný aj v prípade dcérskeho jadra.

Na záver spomeňme, že ak je nuklid ťažší ako ^{208}Pb , neznamená to, že musí podliehať spontánnej alfa premene. Veľké nuklidy so nevýhodným pomerom N/Z sa môžu premieňať beta premenou, elektrónovým záchytom, alebo vyžiareníím pozitrónu. V niektorých prípadoch pozorujeme kombináciu alfa a beta premien. Tiež neplatí, že nuklid musí byť veľkých rozmerov, aby bol alfa-rádioaktívny. Napr. luténium, ^{157}Lu ($Z = 71$) podlieha alfa premene, ako aj berýlium, ^8Be ($Z = 4$), ktoré sa premieňa na dve alfa častice.

Mechанизmus alfa premieny a doba polpremeny

Alfa častica je v procese alfa premieny uvoľnená zvnútra jadra, kde je viazaná príťažlivou jadrovou silou (záporný potenciál). Akonáhle sa vyskytne mimo jadra, je odpudzovaná Coulombovou bariérou. Z pohľadu klasickej fyziky, alfa častica, ktorej energia je menšia ako výška potenciálovej bariéry, nie je schopná opustiť jadro, a tiež nie je možné, aby vnikla do jadra zvonka (bola by rozptýlená Coulombovou potenciálovou bariérou – Rutherfordov rozptyl). Proces alfa premieny vysvetlila až teória vypracovaná v roku 1928 nezávisle Gamowom, Condonom a Gurneyom, ktorá bola jednou z prvých úspešných aplikácií kvantovej mechaniky v oblasti jadrovej fyziky.

Na obr. 5.10 je zobrazený priebeh potenciálnej energie alfa častice ako funkcia vzdialenosti od stredu jadra, r . Výška potenciálovej bariéry je približne 25 MeV , čo sa rovná práci, ktorú je potrebné vykonať proti odpudivej elektrostatickej sile pri prenesení alfa častice z nekonečna k jadru, tesne na hranicu pôsobnosti jeho príťažlivých síl. Alfa častice vznikajúce pri alfa premene majú ale energie zväčša od 4 do 9 MeV , v závislosti od konkrétneho nuklidu, teda o 16 až 21 MeV menej, ako je potrebné na uniknutie z jadra.



Obr. 5.10. Potenciálna energia alfa častice ako funkcia jej vzdialenosti od stredu jadra.

Základné body teórie vysvetľujúcej mechanizmus alfa premeny môžeme definovať nasledovne:

1. Alfa častica môže existovať samostatne vnútri ťažkého jadra.
2. Takáto častica sa neustále pohybuje a je v jadre udržiavaná potenciálovou bariérou, ktorá ju obklopuje.
3. Existuje malá ale nenulová pravdepodobnosť, že častica môže prejsť bariérou (napriek jej výške) zakaždým, keď na ňu narazí. Považujeme teda pohybujúcu sa alfa časticu za vlnu.

Výška potenciálovej bariéry E_B je daná Coulombovou potenciálnou energiou v okamihu, keď sú alfa častica a materské jadro v bezprostrednej blízkosti, tzn. vzdialenosť nábojov, r , je rovná približne súčtu polomerov jadra a alfa častice, t.j. $r = R_P + R_\alpha$. Pre jej veľkosť potom platí:

$$E_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Ze^2}{R_P + R_\alpha} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r_0} \frac{2Ze^2}{(A^{1/3} + A_\alpha^{1/3})} \quad (5.9)$$

pričom sme použili vzťah pre polomer jadra $R_P = r_0 A^{1/3}$, kde $r_0 = 1.2 \text{ fm}$. Symboly Z, A a A_α predstavujú protónové číslo jadra, nukleónové číslo jadra, resp. nukleónové číslo alfa častice ($A_\alpha = 4$). Po dosadení konštánt a prevedení energie na jednotky elektrónvolt, dostaneme zjednodušený vzťah vyjadrujúci závislosť potenciálnej energie od protónového a nukleónového čísla:

$$E_B = 2.4 \frac{Z}{(A^{1/3} + A_\alpha^{1/3})} [\text{MeV}] \quad (5.10)$$

Napríklad pre polónium, $^{212}_{84}\text{Po}$, dostaneme z uvedeného vzťahu pre výšku potenciálovej bariéry hodnotu $E_B \cong 26 \text{ MeV}$, pokým kinetická energia uvoľnenej alfa častice je $E_\alpha \cong 8.78 \text{ MeV}$, teda významne nižšia, ako je výška bariéry. Podľa kvantovej teórie však existuje nenulová pravdepodobnosť, že alfa častica prenikne potenciálovou bariérou. Dá sa ukázať, že pravdepodobnosť prechodu alfa častice potenciálovou bariérou, P , môžeme vyjadriť vzťahom:

$$P = e^{-G}, \quad \text{kde} \quad G \cong \frac{4Z}{\sqrt{E_\alpha}} - 3\sqrt{ZR} \quad (5.11)$$

kde Z je protónové číslo dcérskeho nuklidu, E_α je kinetická energia uvoľnenej alfa častice v MeV a $R \cong 1.2(A^{1/3} + A_\alpha^{1/3}) \text{ fm}$. Ak n je frekvencia kolízií, teda počet nárazov alfa častice na potenciálovú bariéru za sekundu, pravdepodobnosť prieniku bariérou za sekundu je nP , čo je rovné pravdepodobnosti alfa premeny, λ . Frekvencia kolízií, n , je daná pomerom rýchlosti alfa častice v okamihu, keď opustí jadro, v , a vzdialenosti naprieč materským jadrom, $2R_P$ (R_P je polomer materského jadra):

$$n = \frac{v}{2R_P} \quad (5.12)$$

Ak kinetická energia alfa častice vnútri jadra je E_k , jej rýchlosť je daná vzťahom:

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m_\alpha}} = c \sqrt{\frac{2E_k}{m_\alpha c^2}} = c \sqrt{\frac{2E_k}{3750}} \cong \sqrt{E_k} 6.9 \times 10^6 \text{ m/s} \quad (5.13)$$

Potom pre frekvenciu kolízií po použití vzťahu pre polomer jadra ($R_P = r_0 A_P^{1/3}$) dostaneme nasledovné vyjadrenie:

$$n \cong (2.88 \times 10^{21}) A_P^{-1/3} E_k^{1/2} \text{ s}^{-1} \quad (5.14)$$

kde A_p je nukleónové číslo materského jadra. (Typické hodnoty v a R_p sú približne $2 \times 10^7 m \cdot s^{-1}$, resp. $10^{-14} m$, takže $n \approx 10^{21} Hz$, čo znamená, že alfa častica narazí na stenu bariéry 10^{21} -krát za sekundu.)

Teraz môžeme odhadnúť *strednú dobu života, τ* :

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{nP} \cong (3.5 \times 10^{-22}) A_p^{1/3} \frac{1}{\sqrt{E_k}} e^{(4Z/\sqrt{E_\alpha} - 3\sqrt{ZR})} \quad (5.15)$$

Týmto sme dostali hľadaný vzťah medzi dobou života a energiou alfa častice:

$$\ln \tau = \frac{A}{\sqrt{E_\alpha}} + B \quad (5.16)$$

kde τ je doba života v sekundách, A a B sú konštanty závislé od typu materského jadra a E_α je kinetická energia uvoľnenej alfa častice v MeV. I keď je vzťah len približný, jeho súhlas s experimentálne zistenými hodnotami potvrdzuje správnosť použitia modelu potenciálovej bariéry vysvetľujúceho alfa premenu.

Tento vzťah nám tiež vysvetľuje platnosť empirického **Geiger-Nuttallovho zákona**, ktorý bol experimentálne odvodený v roku 1911, teda v čase pred zavedením kvantovej mechaniky. Vyjadruje skutočnosť, že krátkožijúce izotopy produkujú alfa častice vyšších energií v porovnaní s dlhšie žijúcimi izotopmi. Geiger-Nuttallov zákon dáva do vzťahu konštantu premeny, λ , a dolet alfa častíc, R_α :

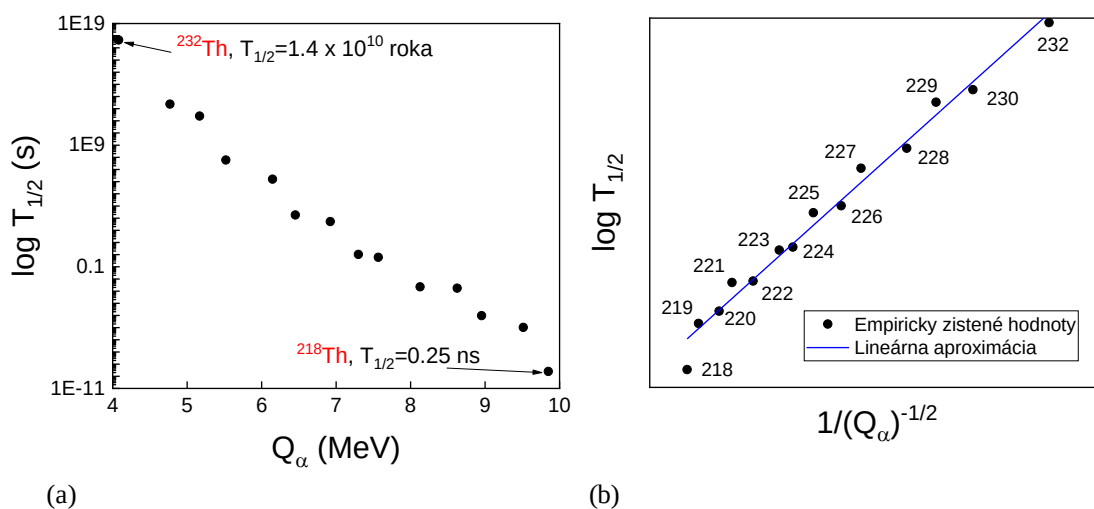
$$\log_{10} \lambda = a + b \log_{10} R_\alpha \quad (5.17)$$

pričom dolet alfa častice je pre daný materiál zviazaný s jej energiou vzťahom:

$R_\alpha \sim 0,3 E_\alpha$, kde R_α je dolet v cm a E_α je energia v MeV.

Význam Geiger-Nuttallovho zákona tkvie v tom, že dovoľuje určiť konštanty premeny takých izotopov, pre ktoré sa tieto nedajú bezprostredne určiť.

Keďže odvodený vzťah (5.16) je len približný, nemôžeme očakávať úplnú zhodu s experimentálnymi hodnotami, avšak kvantitatívne sa závislosť doby polpremeny a energie emitovaných alfa častíc zhoduje s údajmi z meraní, ako demonštruje obr. 5.11 znázorňujúci Geiger-Nuttallov zákon pre tórium.



Obr. 5.11. Závislosť doby polpremeny $T_{1/2}$ od energie alfa premeny Q_α ilustrujúci platnosť Geiger-Nuttallovho zákona.

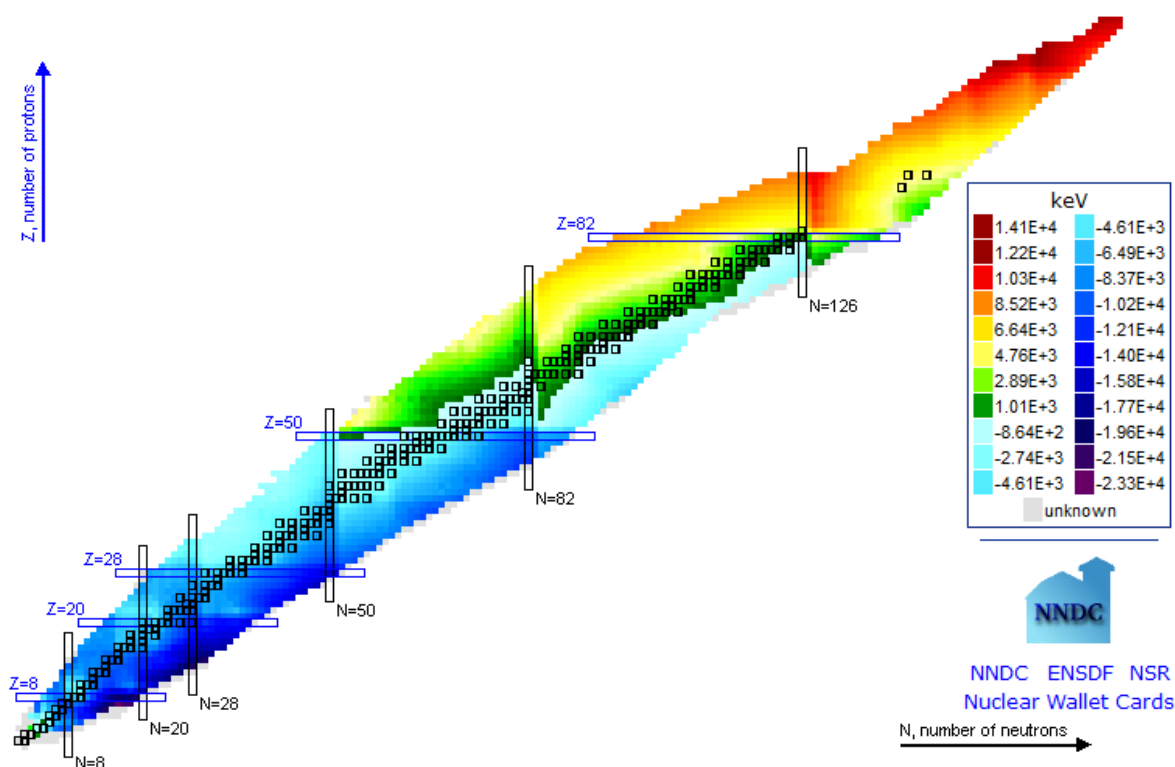
V tab. 5.2 sú uvedené doby polpremeny pre vybrané rádionuklidy spolu s energiou emitovaných alfa častíc. Môžeme si všimnúť, že ak sa energia alfa častice zmenší na polovicu, doba polpremeny narastie o ca 20 rádov.

Tab. 5.2. Experimentálne zistené energie a doby polpremeny pre základné stavy vybraných alfa žiaričov. Uvedené sú energie skupín alfa častíc emitovaných rádionuklidom s najvyššou pravdepodobnosťou, pričom ich energia nemusí byť vždy najvyššia spomedzi jednotlivých skupín.

<i>Nuklid</i>	<i>E_α [MeV]</i>	<i>Pravdepodobnosť premeny [%]</i>	<i>Doba polpremeny T_{1/2}</i>
²¹² Po	8.78	100	0.30 μs
²¹⁷ Rn	7.74	100	0.54 ms
²¹⁶ Po	6.78	100	0.15 s
²⁰⁹ At	5.65	4.1	5.4 h
²²⁸ Th	5.42	73	1.91 r
²²⁶ Ra	4.78	94	1600 r
²³⁵ U	4.40	55	7.04 × 10 ⁸ r
²³² Th	4.01	77	1.41 × 10 ¹⁰ r

Najdôležitejšie charakteristiky alfa premeny môžeme zhrnúť do nasledovných bodov:

1. K premene alfa dochádza zväčša pri *ťažkých jadrách* ($Z > 82$), časť alfa rádioaktívnych jadier je z oblasti prvkov vzácnych zemín ($A = 140 - 160$), najľahší z nich je céry, ¹⁴²₅₈Ce. Dnes je známych asi 400 alfa-rádioaktívnych jadier. Medzi významné rádionuklidy podliehajúce alfa premene patria: ²⁴¹Am, ²⁵²Cf, ²¹⁰Po, ²³⁶Pu, ²³⁹Pu, ²²⁶Ra, ²²²Rn, ²²⁰Th, ²²⁹Th, ²³²Th a ²³⁸U.
2. *Doby polpremeny* alfa rádioaktívnych jadier sa menia v širokom rozsahu. Napr. izotop olova ²⁰⁴₈₂Pb má dobu polpremeny $T=1,4 \times 10^{17}$ rokov, na druhej strane izotop inertného rádioaktívneho plynu radónu ²¹⁵₈₆Rn má $T=10^{-6}$ s.
3. *Doba polpremeny závisí od energie emitovaných alfa častíc.*
4. Alfa častice emitované v procese alfa premeny sú *monoenergetické*. Niektoré jadrá emitujú alfa častice nie s jednou, ale s *niekoľkými navzájom blízkymi hodnotami energií* (tzv. jemná štruktúra alfa spektier).
5. *Energia alfa častíc rôznych izotopov toho istého prvku sa znižuje s narastaním nuklónového čísla.*
6. *Energie emitovaných alfa častíc* majú relatívne úzke hranice, od ca 1,8 MeV (¹⁴⁴Nd) do 11,6 MeV (^{212m}Po), zväčša sa však pohybujú v rozpätí od 4 do 9 MeV. Pre jadrá z oblasti prvkov vzácnych zemín je energia alfa častíc v rozmedzí od 2 do 4 MeV (Obr. 5.12).



Obr. 5.12. Diagram rádionuklidov ilustrujúci hodnoty energií alfa premeny Q_α (legenda), pre záporné hodnoty energií nie je možná spontánna alfa premena. Zdroj: <https://www.nndc.bnl.gov/nudat3/>

Emisia protónov

Ako sme ukázali vyššie, alfa premena nastáva spontánne u jadier, kde je to energeticky výhodné. U niektorých extrémne nestabilných jadier sa však z hľadiska energetickej bilancie ukazuje ako výhodné pre jadro produkovať nie alfa časticu, ale protón. Prvým príkladom takéhoto typu rádioaktivity bol dlhožijúci excitovaný stav (izomérny stav) kobaltu $^{53m}_{27}\text{Co}$, ktorý emituje protóny s energiou 1,59 MeV s dobou polpremeny $T = 17$ s. V tomto prípade teda platí, že $M(^{53m}_{27}\text{Co}) > M(^{52}_{26}\text{Fe}) + M(p)$.

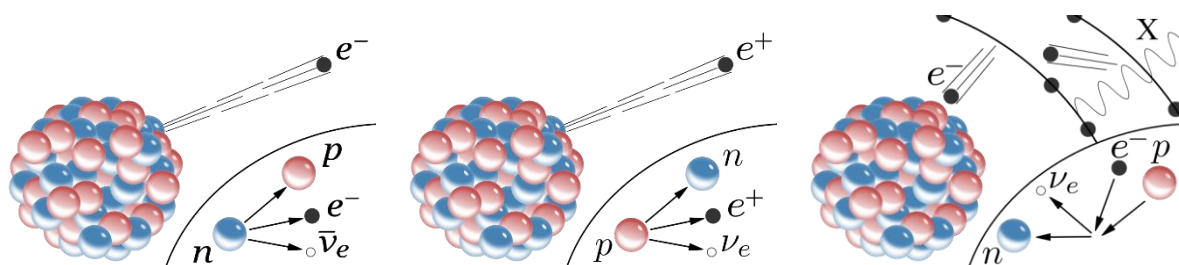
Pravdepodobnosť, že jadro bude emitovať protóny narastá s poklesom pomeru N/Z , tzn. v diagrame rádionuklidov pri pohybe naľavo od stabilných jadier (menšie N pri danom Z). V roku 1983 bola objavená rádioaktivita základného stavu lutécia $^{151}_{71}\text{Lu}$, ktoré emituje protóny s energiou 1,23 MeV s dobou polpremeny približne $T = 85$ ms. Všimnime si, že tento izotop je významne vzdialený od stabilného izotopu lutécia, $^{175}_{71}\text{Lu}$, ktorý má o 24 neutrónov viac. ^{151}Lu bol pripravený fúznou reakciou $^{58}\text{Ni} + ^{96}\text{Ru}$ v UNILAC urýchľovači ťažkých iónov v Darmstadte v Nemecku. Vzápätí nasledoval druhý pokus s túliom, $^{147}_{69}\text{Tm}$, (stabilný izotop je $^{169}_{69}\text{Tm}$, teda má o 22 neutrónov viac), ktorý bol pripravený fúznou reakciou $^{58}\text{Ni} + ^{92}\text{Mo}$ v UNILAC a emituje protóny s energiou 1,05 MeV s dobou polpremeny približne $T = 0,42$ s.

Niektoré jadrá, ktoré sú stabilné z pohľadu emisie jedného protónu, môžu emitovať dva protóny. V roku 2002 bola objavená rádioaktivita spojená s emisiou dvoch protónov u železa ^{45}Fe s dobou polpremeny 2,6 ms.

5.3. Beta premena

Päť rokov po tom, ako Becquerel objavil rádioaktivitu (1896), sa zistilo, že istý druh žiarenia nesie záporný náboj a bol označený ako žiarenie (lúče) *beta*. Neskôr bolo potvrdené, že sa jedná o záporne nabitú elektróny, teda žiarenie β^- .

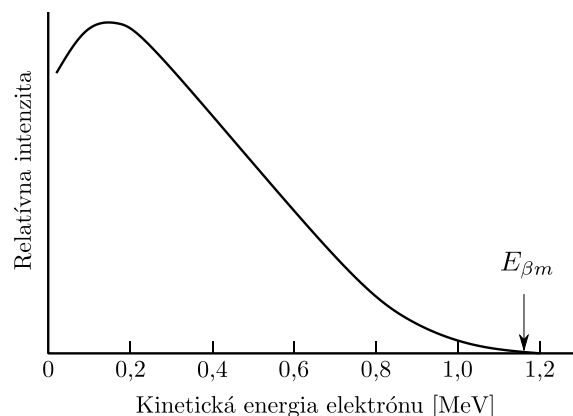
Beta premena je podobne ako premena alfa proces umožňujúci jadru meniť pomer Z/N , a tým dosiahnuť väčšiu stabilitu. Na rozdiel od alfa premeny, beta premena je spontánna rádioaktívna jadrová premena, pri ktorej dochádza k zmene protónového čísla, avšak nukleónové číslo sa nemení. Vzniká teda izobar, t.j. nuklid s rovnakým nukleónovým číslom, avšak iný chemický prvok. Do roku 1934 bola známa len β^- premena (negatívne nabitý elektrón). Neskôr I. Curie (dcéra M. Curie) s manželom F. Joliotom v laboratóriu vyrobili a identifikovali nový typ rádioaktivity, ktorá nebola v prírode pozorovaná a bola sprevádzaná emisiou β^+ častice (pozitívne nabitý elektrón, t.j. pozitronu). Za objav novej, laboratórne vyrobenej rádioaktivity, im bola udelená Nobelova cena. V roku 1937 bol objavený L. Alvarezom K -záchyt (označovaný aj $EC =$ „electron capture“), konkurenčný proces k β^+ premene. Schematické znázornenie beta premeny je na obr. 5.13.



Obr. 5.13. Schematické znázornenie β^- premeny (a), β^+ premeny (b) a elektrónového záchytu (c).

Početné merania uskutočňované v priebehu niekoľkých desaťročí ukázali, že energetické spektrum beta žiarenia je *spojité*. Energie emitovaných elektrónov sa menili v rozsahu od nula do maximálnej hodnoty $E_{\beta m}$, ktorá sa líši v závislosti od typu rádioaktívneho jadra a *stredná energia* vyžarovaných elektrónov bola približne *jedna tretina z maximálnej energie* $\overline{E}_{\beta} = 1/3 E_{\beta m}$. Na obr. 5.14 je beta spektrum bizmutu ^{210}Bi , ktoré je na prvý pohľad odlišné od diskretného energetického spektra alfa žiarenia charakterizovaného niekoľkými diskretnými energiami. V prípade niektorých rádioaktívnych premien sú na spojitom beta spektre naložené diskretné „čiary“, ako v spektre alfa premeny. Tieto boli pôvodne označené ako diskretné „čiary“ beta žiarenia, neskôr sa však zistilo, že pochádzajú z procesu *vnútornej konverzie*, teda prislúchajú elektrónom z atómového obalu, uvoľneným v procese deexcitácie atómu. Tým pádom ich nemôžeme priradiť žiareniu beta, ktoré má pôvod v jadre.

Rozdiel beta spektra v porovnaní so spektrom alfa žiarenia bol spočiatku záhadný. Najskôr sa predpokladalo, že prechod beta sa uskutočňuje na rôzne vzbudené stavy konečného jadra, pričom k prechodu do základného stavu dochádza vyžiarovaním fotónov gama. Ak je týchto úrovní veľa, dostávame prakticky spojité spektrum elektrónov a gama fotónov. Experimenty však ukázali, že spektrum žiarenia gama, ktoré pozorujeme pri beta premene, má diskretný charakter a v niektorých prípadoch beta premeny sa gama žiarenie nepozoruje vôbec. Ďalšou teóriou bol predpoklad, že beta žiarenie uvoľňované pri beta premene je síce monoenergetické, ale stráca časť svojej energie pri úniku zo vzorky v dôsledku vzájomných interakcií s elektrónmi vlastného atómu, ako aj susedných atómov. Tento predpoklad bol však meraniami tiež vyvrátený.



Obr. 5.14. Beta spektrum ^{210}Bi . (Zdroj: Evans, 1955)

S rozvojom kvantovej mechaniky sa objavili dve významné nejasnosti:

1. Jadro je kvantový systém a jeho energie sú diskrétné. Jadrová premena je prechod medzi dvoma diskrétnymi stavmi jadra, pričom každý z nich má fixnú hodnotu energie. Takže energia uvoľnená v procese rádioaktívnej premeny musí byť diskrétna. Energie alfa žiarenia súhlasili s týmto predpokladom. Ako potom môže byť beta spektrum spojité, keď sa energia musí zachovávať?
2. Keďže princíp neurčitosti neumožňuje elektrónom existovať vnútri jadra, aký je pôvod elektrónov pri beta premene?

Hypotéza o existencii neutrína

Prvú nejasnosť sa podarilo vysvetliť Paulimu. V roku 1930 vyslovil predpoklad existencie neutrálnej častice emitovanej v procese beta premeny súčasne s každým elektrónom, ktorá odnáša časť energie. Najskôr bola táto častica pomenovaná neutrón. Keď však Chadwick v roku 1932 objavil časticu, ktorú dnes poznáme pod názvom neutrón, premenoval Fermi časticu uvoľnenú v procese beta premeny a nazval ju *neutríno* (v taliančine znamená malý neutrón). Inými slovami, zistilo sa, že energia beta premeny Q_β musí byť rozdelená medzi tri častice – elektrón (E_e), neutríno (E_ν) a dcérske jadro (E_r):

$$Q_\beta = E_e + E_\nu + E_r \quad (5.18)$$

Keďže pokojová hmotnosť elektrónu je približne 2000-krát menšia ako hmotnosť jadra, zo zákona zachovania hybnosti vyplýva, že energia spätného odrazu jadra bude blízka nule, t.j. $E_r \approx 0$. Energia beta premeny je tým pádom rozdelená medzi elektrón a neutríno. Keď bude energia neutrína $E_\nu \approx 0$, tak potom bude energia odnášaná elektrónom maximálna: $E_e \approx E_{\beta m} = Q_\beta$ (zodpovedá koncovému bodu beta spektra). V prípade, že $E_\nu \approx Q_\beta$, bude $E_e \approx 0$. To znamená, že energia elektrónu môže nadobudnúť ľubovoľnú hodnotu od 0 do $E_{\beta m}$.

Aby platil zákon zachovania náboja a momentu hybnosti, *náboj neutrína* musí byť *nulový* a jeho *spin* musí mať hodnotu $\frac{1}{2}\hbar$. Neskoršie experimenty ukázali, že elektróny nie sú v procese beta premeny uvoľnené vždy pod uhlom 180° k smeru spätného odrazu jadra. Preto je prítomnosť neutrína tiež nevyhnutná, aby platil zákon zachovania hybnosti. Experimentálne údaje ukazujú, že $E_{\beta m} \approx Q_\beta$, a teda *pokoiová hmotnosť neutrína je takmer nulová*.

Dôkazom malej hmotnosti neutrína v porovnaní s beta časticou je *asymetria beta spektra*. Ak by hmotnosť neutrína bola porovnateľná s hmotnosťou beta častice, bola by porovnateľná aj

pravdepodobnosť nadobudnutia určitej hodnoty energie pri jej prerozdelení medzi tieto častice. Spektrum by bolo potom symetrické okolo strednej hodnoty, pričom by začínalo v nule a siahalo by až po hodnotu $E_{\beta m}$. V skutočnosti je priemerná hodnota energie beta častíc posunutá smerom k nižším hodnotám energií, čo naznačuje, že neutríno bude mať veľmi malú hmotnosť. V súčasnosti sa predpokladá hodnota hornej hranice pokojovej hmotnosti neutrína približne $2 \text{ eV}/c^2$ (pre porovnanie pokojová hmotnosť elektrónu je $511 \text{ keV}/c^2$), spodná hranica je rádovo $0,2 \text{ eV}/c^2$.

Principiálne by sme mohli hmotnosť neutrína stanoviť zo zákona zachovania energie pri beta premene, ak by sme poznali rozdiel hmotností dcérskeho a materského jadra, ΔM , a zmerali maximálnu energiu beta častíc, $E_{\beta m}$. Je zrejmé, že čím ťažšie je neutríno, tým menej kinetickej energie zostáva na beta časticu. Pokojová hmotnosť neutrína potom bude: $m_{0\nu} = (\Delta M c^2 - E_{\beta m})/c^2$. Pri priamom zmeraní rozdielu hmotností materského a dcérskeho jadra hmotnostným spektrometrom a energie elektrónovým spektrometrom sú však chyby merania podstatne väčšie ako je hľadaná hodnota $m_{0\nu} c^2$ [eV]. Viac o možnosti určenia hmotnosti neutrína je pojednané v kapitole „Fermiho graf“.

Keďže neutríno nenesie žiadny náboj, jeho hmotnosť je veľmi malá a nie je elektromagnetickej povahy, interaguje s materiálom extrémne slabo. Až v roku 1956, teda 26 rokov po Pauliho hypotéze, experimenty pozorujúce interakciu neutrína v materiáli poskytli priamy dôkaz o jeho existencii.

Spin neutrína vyplýva zo zákona zachovania momentu hybnosti, ako bolo spomenuté vyššie. Keďže spin neutrónu, protónu aj elektrónu je poločíselný, musí mať aj spin neutrína hodnotu $\frac{1}{2}\hbar$. Fermiho teória beta premeny vysvetlila spojitú rozloženie energií β^- , resp. β^+ častíc na základe *dovolených prechodov*, pri ktorých k zmene momentu hybnosti jadra môže dôjsť jedine vplyvom vzájomnej orientácie spinov beta častice a neutrína (celkový mechanický moment hybnosti je určený orbitálnym momentom hybnosti a vlastným spinom, predpokladá sa nulový orbitálny moment hybnosti elektrónu a neutrína $l = 0$). Beta častica a neutríno, obe s poločíselným spinom, nesú nulový alebo jednotkový moment hybnosti v závislosti od toho, či sú ich spiny orientované paralelne ($S = 1$) alebo antiparalelne ($S = 0$). Pri antiparalelnej orientácii spinov sa jadrový spin (mechanický moment hybnosti) nemení (tzv. Fermiho prechody), t.j. $\Delta J = J_{koncový} - J_{začiatočný} = 0$, pri paralelnej orientácii spinov elektrónu a neutrína (Gamow-Tellerov prechod) je zmena výsledného momentu hybnosti nulová alebo jednotková, a teda $\Delta J = 0, 1$. Tým sme dostali pravidlo pre moment hybnosti pri dovolených prechodoch. Ďalšie pravidlo sa týka parity. Pripomeňme si, že parita je kvantové číslo charakterizujúce správanie sa vlnovej funkcie popisujúcej kvantovo-mechanický objekt vzhľadom k priestorovému zrkadlovému odrazu. Ak sa vlnová funkcia pri transformácii súradníc nezmení, parita je kladná, $\pi = 1$ alebo „+“, ak vlnová funkcia zmení vplyvom transformácie znamienko, parita je záporná, $\pi = 0$ alebo „-“. Keďže parita systému s orbitálnym momentom hybnosti l je $(-1)^l$ a elektrón a neutríno majú nulový orbitálny moment hybnosti, bude parita začiatočného a konečného stavu identická, a teda $\Delta\pi = 0$.

Asi štyri roky po tom, ako Fermi vypracoval túto teóriu, E. J. Konopinski a G. Uhlenbeck vytvorili teóriu *zakázaných prechodov* pri beta premene, pri ktorých je zmena parity nenulová a/alebo zmena momentu hybnosti (jadrového spinu) materského a dcérskeho jadra je väčšia ako jedna. Napriek názvu tieto prechody nie sú úplne zakázané, avšak ich pravdepodobnosť je nižšia ako pravdepodobnosť dovolených prechodov a sú spojené s dlhšou dobou polpremeny.

Mechanizmus beta premeny

V roku 1934 E. Fermi publikoval teoretický model beta premeny, ktorý úspešne vysvetlil pozorované javy. Fermi predpokladal, že podobne ako pri gama premene, kedy jadro pri prechode z jedného excitovaného stavu do iného emituje fotón, aj v prípade beta premeny sú elektrón a neutríno produkované samotným jadrom. Ukázal, že podstata β^- premeny tkvie v tom, že sa premieňa neutrón

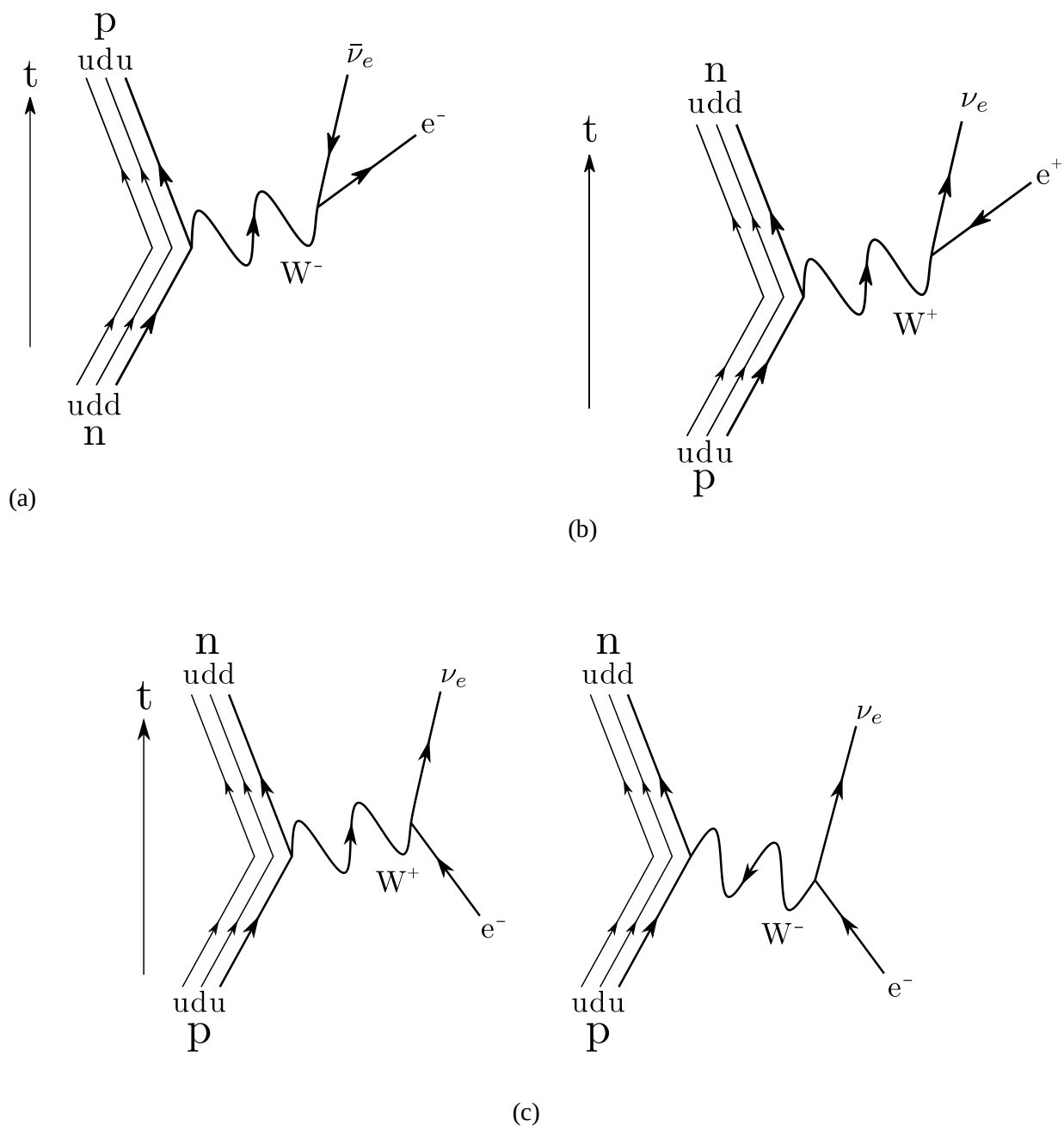
na protón, naopak pri β^+ premene a elektrónovom záchyte (EZ) dochádza k premene protónu na neutrón. Na protón a neutrón sa teda nazerá ako na dva rôzne kvantové stavy jadra. Konverzia neutrónu na protón teda zodpovedá prechodu z jedného kvantového stavu do druhého, pričom sú vytvorené a uvoľnené elektrón a neutríno, ktoré pred premenou v jadre neexistovali. Musí teda existovať istý druh interakcie zodpovedný za produkciu elektrónu a neutrína. Táto interakcia sa nazýva *slabá jadrová interakcia* a je oveľa slabšia ako silná jadrová interakcia, ktorá drží jadro pokope (kapitola „Jadrové sily“).

V rámci slabej interakcie môžu nastať s veľmi nízkou pravdepodobnosťou reakcie typu:

- (a) $d \rightarrow u + W^-$
- (b) $u \rightarrow d + W^+$
- (c) $d + W^+ \rightarrow u$
- (d) $u + W^- \rightarrow d$
- (e) $W^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$
- (f) $W^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$

kde W^+ a W^- sú intermediálne ťažké W -bozóny, d a u sú „down“, resp. „up“ kvarky a ν_e a $\bar{\nu}_e$ sú elektrónové neutríno, resp. antineutríno. W -bozóny sú veľmi ťažké, ich pokojová hmotnosť je rádovo $80 \text{ GeV}/c^2$. Preto nemôžu byť reakciami (a) a (b) vytvorené ako trvale existujúce častice, keďže by bol porušený zákon zachovania energie (uvažujúci pokojovú hmotnosť mc^2). Avšak podľa Heisenbergovho princípu neurčitosti ($\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$), môžu existovať veľmi krátku dobu, približne 10^{-25} s , ako virtuálne častice. Po jej uplynutí zanikajú podľa reakcií (c) až (f). Tento čas nie je dostatočne dlhý na to, aby mohli uniknúť z protónu alebo neutrónu, a preto je ich existencia obmedzená len na vnútro nukleónu. Reakcie popisujúce vznik W -bozónov sa teda môžu objaviť len v kombinácii s reakciami ich zániku, ktoré nasledujú rádovo 10^{-25} s po nich. Kombinácia reakcií (a) a (e) popisuje β^- premenu, reakcie (b) a (f) β^+ premenu a elektrónový záchyt je vyjadrený reakciami (a) a (d), resp. (b) a (c).

Popísané mechanizmy graficky názorne vyjadrujú Feynmanove diagramy na obr. 5.15. Na obr. 5.15 (a) je znázornený proces β^- premeny neutrónu na protón, pri ktorom sa podľa teórie slabej interakcie jeden z down kvarkov neutrónu (d) sa premieňa na up kvark (u). Pri tom je emitovaný intermediálny ťažký W^- bozón, ktorý sa následne rozpadá na pár elektrón (e^-) a elektrónové antineutríno ($\bar{\nu}_e$). Na obr. 5.15 (b) je analogický proces β^+ premeny protónu na neutrón prostredníctvom W^+ bozónu, pričom vzniká pár pozitron (e^+) a elektrónové neutríno (ν_e). Pri elektrónovom záchyte sa mení protón na neutrón, teda dochádza k premene jedného d -kvarku neutrónu na u -kvark protónu prostredníctvom W^+ alebo W^- bozónu (Obr. 5.15 (c)).



Obr. 5.15. Feynmanove diagramy pre β^- premenu (a), β^+ premenu a elektrónový záchyt (c).

β^- premena

β^- premenu môžeme symbolicky zapísať rovnicou:

$${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z+1}Y + e^- + \bar{\nu}_e \quad \text{alebo} \quad n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (5.19)$$

pričom platí zákon zachovania elektrického náboja, hmotnosti, energie, hybnosti a nukleónového čísla. V procese premeny je teda emitovaný elektrón a antineutrino, $\bar{\nu}_e$. Keďže elektrón je leptón a na ľavej strane rovnice sa leptón nenachádza, musí byť aj antineutrino antičastica leptónu, aby bol zachovaný počet leptónov.

Ako v prípade alfa premeny, energiu beta premeny, Q_β , môžeme vyjadriť pomocou hmotností jadier (m_X, m_Y) alebo hmotností atómov (M_X, M_Y , kde môžeme zanedbať väzbové energie elektrónov):

$$Q_\beta = [m_X - (m_Y + m_e)]c^2 = [M_X - M_Y]c^2 \quad (5.20)$$

pričom hmotnosť elektrónu, m_e , je zahrnutá v hmotnosti dcérskeho jadra, M_Y , ktoré má $Z + 1$ elektrónov. Táto energia teda zodpovedá energetickému rozdielu stavov materskeho a dcérskeho jadra. Takže podmienka beta mínus premeny môže byť zapísaná nasledovne:

$$M_X(Z, A) > M_Y(Z + 1, A) \quad (5.21)$$

Napríklad beta mínus premenu trícia, ${}^3\text{H}$, môžeme zapísať ako:

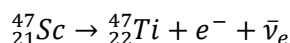


Atómové hmotnosti trícia, ${}^3\text{H}$, a vznikajúceho hélia, ${}^3\text{He}$, sú 3,0160495 u, resp. 3,0160291 u, teda podmienka (5.21) je splnená a premena môže nastať. Energia premeny potom bude $Q_\beta = (0,0000204 \text{ u})c^2 \approx 2 \times 10^{-5} \text{ u} \times 931,5 \text{ MeV/u} = 18,6 \text{ keV}$. Trícium je významným prvkom v termojadrových reakciách (fúzne reaktory). Má dobu polpremeny 12,33 roka a plynné skupenstvo, teda predstavuje potenciálne zdravotné riziko v prípade jeho úniku do atmosféry. Na druhej strane, prínosné je jeho využitie v medicíne a v priemysle. Keď nahradí stabilný izotop v molekule vodíka, jej prítomnosť môže byť vystopovaná systémom registrujúcim rádioaktívnu premenu trícia.

Podmienka beta mínus premeny je splnená aj v prípade voľného neutrónu, keďže hmotnosť neutrónu je väčšia ako súčet hmotností vznikajúceho protónu a elektrónu. Doba polpremeny neutrónu je 10,6 minút.

Príklad 1: Skandium ${}^{47}\text{Sc}$ sa premieňa emisiou dvoch beta častíc s maximálnou energiou $E_{\beta m1} = 0,439 \text{ MeV}$ a $E_{\beta m2} = 0,600 \text{ MeV}$. Pozorované je pri beta premene tiež gama žiarenie s energiou 159,4 keV. Nakreslite rozpadovú schému obsahujúcu všetky informácie o premene.

Rovnica popisujúca beta mínus premenu bude nasledovná:



Celková energia beta premeny zodpovedá rozdielu atómových hmotností ${}^{47}_{22}\text{Ti}$ a ${}^{47}_{21}\text{Sc}$:

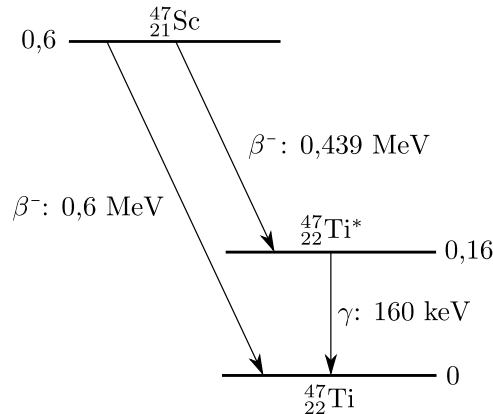
$$Q_\beta = (46,952408 \text{ u} - 46,951764 \text{ u}) \times \frac{931,5 \text{ MeV}}{\text{u}} = 0,600 \text{ MeV}$$

Keďže sme vo výpočte použili atómové hmotnosti materskeho a dcérskeho nuklidu, nie je potrebné započítať hmotnosť beta častice, ktorá je zahrnutá v atómovej hmotnosti ${}^{47}_{22}\text{Ti}$, ako bolo vysvetlené vyššie. Hmotnosť neutrónu je zanedbateľná, takže nemusí byť zahrnutá do výpočtu.

Rozdiel v energiách dvoch emitovaných beta častíc je blízky energii pozorovaného gama žiarenia:

$$0,600 \text{ MeV} - 0,439 \text{ MeV} = 0,161 \text{ MeV} = 161 \text{ keV}$$

Rozpadová schéma bude vyzeráť nasledovne:



Obr. 5.16. Rozpadová schéma ^{47}Sc (Zdroj: Bryan, 2009).

0,600 MeV-beta častica nesie energiu rovnajúcu sa celkovej energii beta premeny, a preto zodpovedá prechodu medzi základným stavom materského a dcérskeho nuklidu. Súčet energií beta častice s nižšou energiou a gama žiarenia je veľmi blízky celkovej energii premeny, takže emisia tejto častice bude viesť na excitovaný stav ^{47}Ti , ktorý je o 159.4 keV vyššie, ako základný stav.

Príklad 2: Vypočítajte energiu spätného odrazu pri beta premene voľného neutrónu.

Prípad neutrónu je vhodný na výpočet energie spätného odrazu, keďže neutrón má relatívne malú hmotnosť, a tým pádom predstavuje najpriaznivejší prípad prevzatia energie spätného odrazu. Celkovú energiu premeny vypočítame ako:

$$Q_\beta = [m_n - (m_p + m_e)]c^2 = [1,008665 \text{ u} - (1,007276 \text{ u} + 5,486 \times 10^{-4} \text{ u})] \times \frac{931,5 \text{ MeV}}{\text{u}} = 0,783 \text{ MeV}$$

Pre energiu spätného odrazu môžeme použiť rovnaký vzťah ako v prípade alfa premeny vychádzajúci zo zákona zachovania energie a hybnosti (vzťah (5.7) a (5.8), kapitola „Alfa premena“)

$$E_r = Q_\beta \left(\frac{m_e}{m_e + m_p} \right) = 0,783 \text{ MeV} \times \frac{0,000549 \text{ u}}{0,000549 \text{ u} + 1,007276 \text{ u}} = 0,000424 \text{ MeV}$$

Vidíme, že energia spätného odrazu jadra je pri beta premene veľmi malá v porovnaní s celkovou energiou premeny, a preto môže byť vo výpočtoch zanedbaná. Dôvodom je veľmi malá hmotnosť elektrónu v porovnaní s alfa časticou uvoľnenou pri alfa premene, kde energia spätného odrazu jadra predstavuje nezanedbateľnú položku.

β^+ premena

β^+ častica vznikajúca v procese beta plus premeny je pozitron, teda antičastica k elektrónu, ktorá má opačné elektrické vlastnosti, t.j. je kladne nabitá a nesie elementárny náboj veľkosti $+e$. Pozitron bol objavený C.D. Andersonom v roku 1932, teda 2 roky pred objavom beta premeny. Anderson študoval absorpciu gama žiarenia uvoľneného v procese rádioaktívnej premeny v materiáli. Všimol si, že keď bola energia gama lúčov väčšia ako $2m_e c^2 = 1,022 \text{ MeV}$, v niektorých prípadoch nenastal fotoefekt ani Comptonov rozptyl, ale boli vytvorené páry častíc. Jednou z týchto častíc bol elektrón a druhou bola častica s rovnakou hmotnosťou, ale s opačným elektrickým nábojom – pozitron, e^+ . Objav tejto novej,

neočakávanej častice potvrdil Diracom predikovanú teóriu existencie stavov s negatívnou hodnotou energie a znamenal triumf kvantovej mechaniky.

Beta plus premenu môžeme zapísať rovnicou:

$${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z-1}^AY + e^+ + \nu_e \quad \text{alebo} \quad p \rightarrow n + e^+ + \nu_e \quad (5.23)$$

Pozitrón je antičastica leptónu, takže neutríno, ν_e , musí byť leptón, aby bol v reakcii zachovaný počet leptónov. Energia beta plus premeny, Q_β , vyjadrená pomocou jadrových, resp. atómových hmotností potom bude:

$$Q_\beta = [m_X - (m_Y + m_e)]c^2 = [M_X - M_Y - 2m_e]c^2 \quad (5.24)$$

Všimnime si, že v porovnaní so vzťahom pre energiu beta mínus premeny (5.20) je energia beta plus premeny daná rozdielom pokojových energií materského a dcérskeho atómu, avšak zmenšená o dvakrát pokojovú energiu elektrónu, $2m_e c^2$. Tento člen sa vo vzťahu objavil preto, že hmotnosť dcérskeho atómu, M_Y , je menšia o jeden elektrón v porovnaní s hmotnosťou materského atómu, M_X . Energia premeny, Q_β , analogicky určuje maximálnu kinetickú energiu emitovaných pozitronov. Podmienka beta plus premeny je potom nasledovná:

$$M_X(Z, A) > M_Y(Z - 1, A) + 2m_e \quad (5.25)$$

Beta plus premena môže teda nastať, len ak je rozdiel hmotností materského a dcérskeho atómu väčší, ako ekvivalent zodpovedajúci dvojnásobku pokojovej hmotnosti elektrónu $2m_e c^2 = 1,022 \text{ MeV}$.

Vezmime si príklad beta plus premeny dusíka:

$${}^{13}_7N \rightarrow {}^{13}_6C + e^+ + \nu_e \quad (5.26)$$

Hmotnosti dusíka ${}^{13}N$ a uhlíka ${}^{13}C$ sú $13,005730 \text{ u}$, resp. $13,003354 \text{ u}$, takže energia beta premeny bude $Q_\beta = (13,005738 - 13,003354)uc^2 - 2m_e c^2 = 0,002383u \times 931,5 \text{ MeV/u} - 1,022 \text{ MeV} = 2,220 - 1,022 \text{ MeV} = 1,20 \text{ MeV}$

Keďže hmotnosť protónu je menšia ako hmotnosť neutrónu, môžeme si všimnúť, že voľný protón nemôže podstúpiť beta plus premenu na neutrón. Premena protónu na neutrón je možná len vo vnútri jadra, kde rozdiel jadrovej väzbovej energie medzi materským a dcérsym jadrom vyrovná rozdiel hmotností medzi protónom a neutrónom.

Príklad: ${}^{18}Ne$ sa premieňa emisiou pozitronov s energiami $E_{\beta m1} = 3,42 \text{ MeV}$ a $E_{\beta m2} = 2,38 \text{ MeV}$. Sprievodné gama žiarenie má energiu $1,04 \text{ MeV}$. Nakreslite rozpadovú schému premeny a vypočítajte maximálnu energiu pozitronov pri tejto premene.

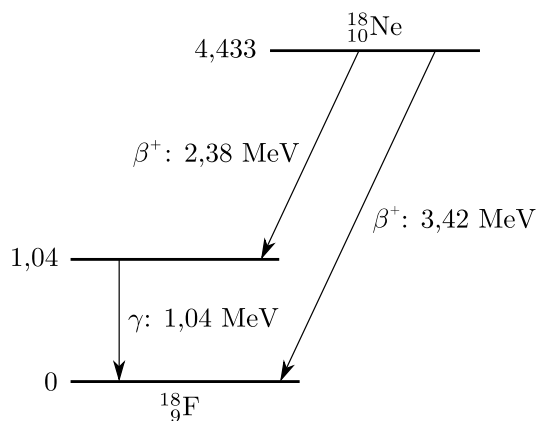
Rovnica popisujúca beta plus premenu bude nasledovná:

$${}^{18}_{10}Ne \rightarrow {}^{18}_9F + e^+ + \nu_e$$

Maximálna energia pozitronu je totožná s celkovou energiou premeny a vypočítame ju použitím vzťahu (5.24):

$$[18,005697 \text{ u} - (18,000938 \text{ u} + 5,486 \times 10^{-4} + 5,486 \times 10^{-4})] \times \frac{931,5 \text{ MeV}}{u} = (18,005697 \text{ u} - 18,000938 \text{ u}) \times \frac{931,5 \text{ MeV}}{u} - (5,486 \times 10^{-4} + 5,486 \times 10^{-4}) \times \frac{931,5 \text{ MeV}}{u} = 4,433 \text{ MeV} - 1,022 \text{ MeV} = 3,411 \text{ MeV}$$

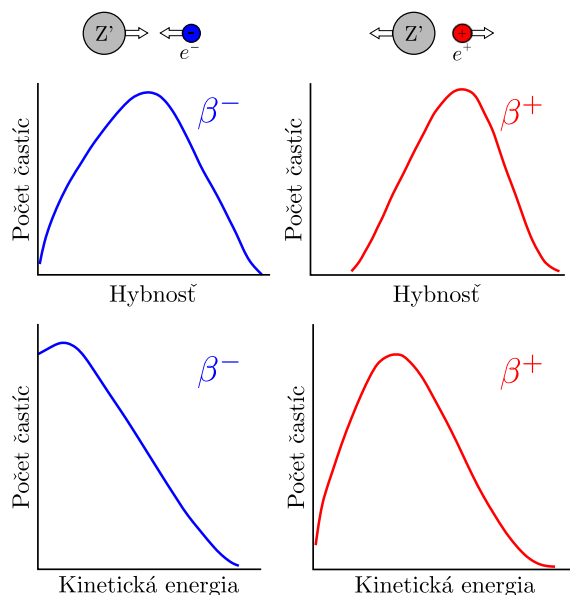
Výpočet je rozpísaný na dve položky z dôvodu, aby sme si všimli, že k premene môže dôjsť len vtedy, ak rozdiel hmotností materského a dcérskeho atómu je väčší ako dvojnásobok pokojovej hmotnosti elektrónu ($1,022 \text{ MeV}$). Zistená hodnota korešponduje so zadanou hodnotou energie pozitronu $E_{\beta m1} = 3,42 \text{ MeV}$. To znamená, že emisia pozitronu s touto energiou vedie na základný stav fluóru ^{18}F . Môžeme predpokladať, že emisia gama fotónu s energiou $1,04 \text{ MeV}$ je spojená s emisiou pozitronu s energiou $E_{\beta m2} = 2,38 \text{ MeV}$, keďže platí: $3,42 \text{ MeV} - 2,38 \text{ MeV} = 1,04 \text{ MeV}$.



Obr. 5.17. Rozpadová schéma ^{18}Ne (Zdroj: Bryan, 2009)

β^+ a β^- spektrá

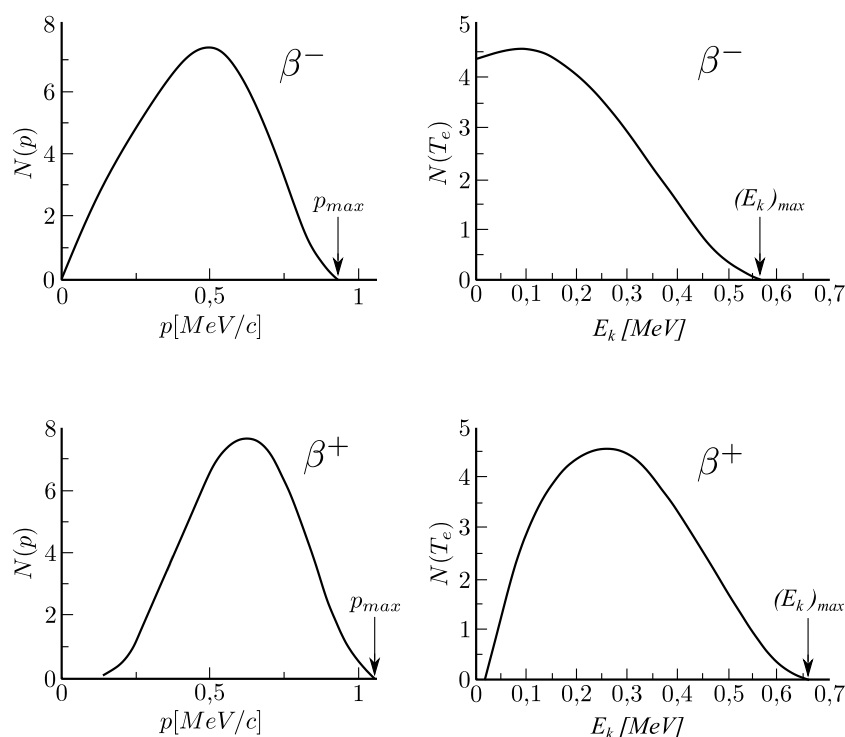
Spojité tvar beta spektra, jeho asymetrický tvar charakterizovaný strednou hodnotou energie $\overline{E}_\beta \approx 1/3 E_{\beta m}$ a maximálnou energiou $E_{\beta m}$, sú spoločné črty spektier charakterizujúcich β^+ a β^- premenu. Avšak keď podrobnejšie porovnáme spektrá β^+ a β^- premien, zistíme ich tvarovú odlišnosť. Na obr. 5.17 sú schematicky zobrazené distribúcie počtu pozitronov a elektrónov v závislosti od hybnosti (modrá farba) a kinetickej energie (červená farba).



Obr. 5.17. Demonštrácia rozdielného tvaru β^+ a β^- spektier.
(Zdroj: <http://physics-database.group.shef.ac.uk/phy303/phy303-4.html>)

Je potrebné si uvedomiť, že v prípade beta premien musíme brať do úvahy relativistický vzťah medzi hybnosťou (resp. rýchlosťou) a energiou. Z porovnania grafických závislostí je zrejmé, že distribúcia počtu pozitronov dosahuje maximum pri vyšších hodnotách hybností (resp. energií) v porovnaní s distribúciami elektrónov pri beta mínus premene. Tento rozdiel je spôsobený Coulombovou interakciou medzi jadrom a uvoľnenými časticami: záporne nabitý elektrón uvoľnený v prípade beta mínus premien sú kladne nabitým jadrom priťahované, čím v momente úniku z jadra strácajú časť svojej energie, pokým kladne nabitý pozitron sú jadrom odpudzované, a teda časť energie získavajú. Keďže spomenutá interakcia má na beta častice vyšších energií nevýznamný vplyv, bude vysokoenergetická oblasť spektra ovplyvnená nepozorovateľne.

Vhodným príkladom demonštrujúcim rozdiel β^+ a β^- spektier je medzi ^{64}Cu , keďže sa premieňa emisiou elektrónu na zinok, ^{64}Zn , a súčasne emisiou pozitronu na nikel, ^{64}Ni , s príbuznými energiami prechodov (Obr. 5.18). Z rozdielu v tvare spektier hybností je zrejmé, že spektrum pozitronov je posunuté doprava k vyšším hodnotám hybností v porovnaní s elektrónmi. V pravom stĺpci na obr. 5.18 sú spektrá ako funkcie kinetickej energie emitovaných pozitronov, E_k .



Obr. 5.18. Porovnanie spektier β^+ a β^- spektier medzi ^{64}Cu . (Zdroj: Krane, 1988).

Fermiho graf

Koncová časť beta spektier je významná najmä z hľadiska možnosti odčítania maximálnej energie beta častíc. Krivka závislosti početnosti od energie sa však asymptoticky blíži k nule, čo komplikuje presné odčítanie tejto hodnoty. Enrico Fermi vypracoval metódu linearizácie tejto krivky, ktorú ako prvý použil Franz Kurie. V literatúre preto nájdeme túto závislosť pod názvom Fermiho graf, Kurieho graf alebo *Fermi-Kurieho graf*.

Na vyjadrenie Fermi-Kurieho závislosti je potrebné najskôr určiť hybnosť beta častíc, pričom musíme použiť relativistické vyjadrenie energie:

$$E^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4 \quad (5.27)$$

Celkovú energiu beta častíc môžeme tiež vyjadriť pomocou ich kinetickej a pokojovej energie ako:

$$E^2 = (E_k + E_0)^2 \quad (5.28)$$

Po úprave a dosadení za pokojovú energiu $E_0 = m_0 c^2$ dostaneme vzťah pre hybnosť:

$$p^2 = \frac{E_k^2}{c^2} + 2E_k m_0 \quad (5.29)$$

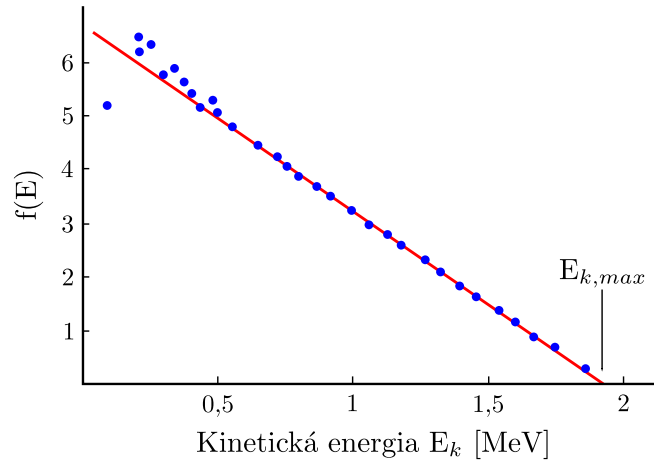
Takto vyjadrenú hybnosť použijeme na výpočet funkcie $f(E)$:

$$f(E) = \sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z, E)}} \quad (5.30)$$

kde $N(p)$ je počet beta častíc, ktorých hybnosť, resp. kinetická energia, ležia v určitom úzkom intervale, a $F(Z, E)$ sú tzv. *Fermiho faktory*, ktoré sú tabelované a predstavujú korekcie zahŕňajúce vyššie popísaný vplyv Coulombovho pôsobenia jadra v oblasti nízkych energií.

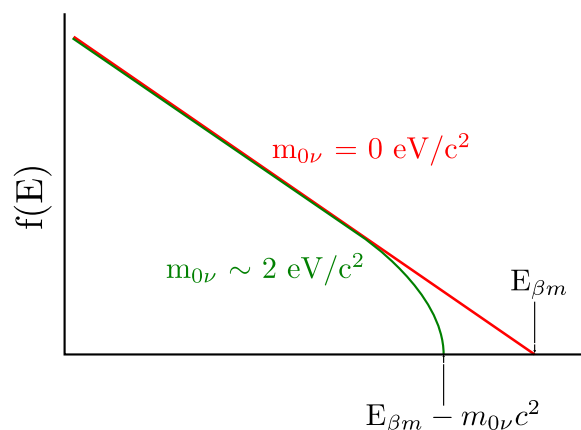
Podstatou Fermi-Curieho grafu je teda znázornenie závislosti funkcie $f(E)$ od energie emitovaných beta častíc. Túto závislosť je pre dovolené prechody a niektoré zakázané prechody možné interpolovať priamkou a následne extrapoláciou určiť hľadanú hodnotu maximálnej energie beta častíc (hľadanie priesečníka s energetickou osou zodpovedajúceho nulovej funkčnej hodnoty).

Demonštrácia Fermi-Kurieho závislosti je na obr. 5.19.



Obr. 5.19. Fermi-Kurieho graf.

Koncový úsek Fermi-Kurieho grafu môže byť použitý na *stanovenie hmotnosti neutrína*. Ak by bola hmotnosť neutrína nulová, závislosť by bola ideálne lineárna až do maximálnej hodnoty. V prípade nenulovej pokojovej hmotnosti neutrína bude beta elektrón vždy ochudobnený o energiu potrebnú na produkciu tejto nenulovej hmotnosti. V začiatkových úsekoch spektra sa to prejaví len nepatrne a linearita Fermi-Kurieho grafu zostane zachovaná. V koncovom úseku grafu sa však v prípade nenulovej pokojovej hmotnosti neutrína objaví malý ohyb, spektrum klesá prudšie a dosiahne nulovú hodnotu skôr, teda pri mierne nižšej energii $E_{\beta m} - m_{0\nu} c^2$. β^- premena trícia (3H) na hélium (3He) je najperspektívnejším kandidátom na priame určenie hmotnosti neutrína. Obr. 5.20 znázorňuje Fermi-Kurieho graf pri uvažovaní nenulovej neutrína.

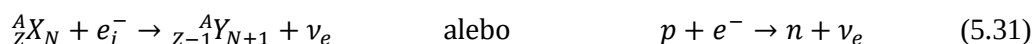


Obr. 5.20. Koncová časť Fermi-Kurieho grafu beta spektra demonštrujúca prípad nulovej a nenulovej hmotnosti neutrína.

Elektrónový záchyt

Elektrónový záchyt (EZ) je typ rádioaktívnej premeny, pri ktorej materské jadro zachytí orbitálny elektrón z atómového obalu. Pri tomto procese sa jeden z protónov v jadre záchytom elektrónu mení na neutrón a emitované je len neutríno. Pripomeňme si, že elektróny na K hladine sú najbližšie k jadrú a majú najvyššiu pravdepodobnosť výskytu v oblasti jadra, preto je záchyt elektrónov z K hladiny najčastejší, hovoríme potom o K -záchyte. Záchyt elektrónov z L hladiny a vyšších je tiež možný, avšak pravdepodobnosť tohto procesu je oveľa nižšia. Napríklad v prípade vápnika ^{41}Ca je pravdepodobnosť záchytu K -elektrónov 90 %, pre L -elektróny je to 9 % a pravdepodobnosť M -záchytu je len okolo 1 %.

Záchyt elektrónu z i -tej vrstvy môžeme zapísať rovnicou:



Môžeme si všimnúť, že v rovnici je na ľavej aj pravej strane jeden leptón (elektrón a neutríno), takže počet leptónov je spolu s nukleónovým číslom zachovaný. Vznikajúci dcérsky atóm ${}^A_{Z-1}Y_{N+1}$ je vo vzbudenom (excitovanom) stave, keďže bol ochudobnený o jeden elektrón z atómového obalu. Vzbudený stav je nestabilný, preto atóm okamžite prechádza do základného stavu tak, že vzniknutá vakancia je zaplnená elektrónom z vyššej hladiny. Následne musí byť uvoľnená energia zodpovedajúca rozdielu príslušných energetických hladín, napríklad vo forme vyžiarovania fotónu. Keďže energetické hladiny elektrónov sú kvantované, energia uvoľnená pre určitý atóm je vždy presne tá istá, pokiaľ sa jedná o prechod medzi tými istými hladinami. Nakoľko každý prvok má špecifické usporiadanie energetických hladín, budú aj hodnoty energií zodpovedajúce prechodom medzi hladinami charakteristické pre daný prvok. Preto toto žiarenie nazývame *charakteristické žiarenie*, alebo *charakteristické X-lúče*. Konkurenčným procesom k vyžiarovaniu X-lúčov je uvoľnenie tzv. *Augerovho elektrónu*. Je to slabšie viazaný elektrón z vyššej hladiny, ktorý prevzal energiu vzbudeného dostatočnú na to, aby bol z atómu uvoľnený (musí byť teda väčšia, ako je väzbová energia tohto elektrónu v atóme). Pravdepodobnosť emisie Augerových elektrónov klesá s protónovým číslom, keďže viac protónov v jadre ťažších prvkov bude mať za následok silnejšie pôsobenie na elektróny, ktoré budú na príslušných energetických hladinách viazané silnejšie. Pri vyšších protónových číslach teda dominuje proces vyžiarovania charakteristického žiarenia, pričom pravdepodobnosť tohto procesu vyjadruje tzv. *fluorescenčný výťažok*.

Energii premeny pri záchyte elektrónu z i -tej hladiny môžeme vyjadriť ako:

$$Q_{\beta i} = [m_X + m_e - m_Y]c^2 - E_{Bi} \quad (5.32)$$

kde E_{Bi} je väzbová energia elektrónu i -tej hladiny v materskom atóme. Ak rozdiely väzbových energií elektrónov v dcérskom a materskom atóme zanedbáme, rovnicu (5.32) môžeme prepísať pomocou atómových hmotností:

$$Q_{\beta i} = [M_X - M_Y]c^2 - E_{Bi} \quad (5.33)$$

To znamená, že energia premeny pre záchyt elektrónu z i -tej hladiny sa rovná rozdielu pokojových hmotností materského a dcérskeho jadra zmenšenej o väzbovú energiu tohto elektrónu. Podmienka, ktorá musí byť splnená, aby sa uskutočnil záchyt, potom bude:

$$M_X(Z, A) - M_Y(Z - 1, A) > \frac{E_{Bi}}{c^2} \quad (5.34)$$

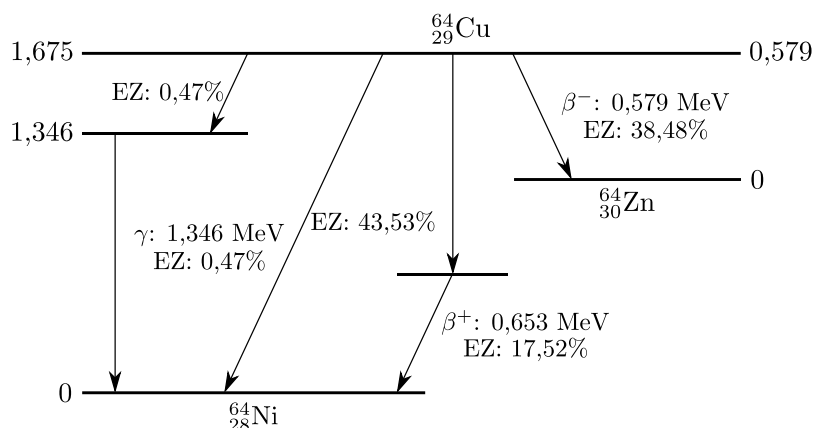
Elektrónový záchyt teda nastane v prípade dvoch susedných izobarov len vtedy, ak rozdiel hmotností materského a dcérskeho atómu bude väčší, ako hmotnostný ekvivalent zodpovedajúci väzbovej energii elektrónu materského atómu na i -tej hladine. Môžeme vypočítať, že v prípade ^{13}N dostaneme pre EZ energiu $Q_{\beta}(EZ) = M_X - M_Z = 2220 \text{ MeV}$, čo je takmer dvojnásobne viac ako sme dostali v prípade β^+ premeny, teda $Q_{\beta}(\beta^+) = 1200 \text{ MeV}$.

Keďže K -elektróny sú najbližšie k jadru, pravdepodobnosť ich záchytu je najvyššia. Môže však nastať prípad, kedy $\frac{E_{BK}}{c^2} > (M_X - M_Y) > \frac{E_{BL}}{c^2}$, vtedy bude pravdepodobnosť záchytu elektrónu z L -hladiny najvyššia. Príkladom je prípad premeny polónia, ^{205}Po .

Keďže platí, že $2m_e c^2 \gg E_{Bi}$, jadro, ktoré podlieha β^+ premene, má súčasne splnenú aj podmienku pre EZ , ktorý bude tým pádom u jadra prebiehať ako konkurenčný typ premeny (porovnaj podmienky (5.25) a (5.34)). U ťažkých jadier bude častejšie dochádzať k EZ ako k emisii β^+ častíc, pretože majú tesnejšie usporiadanie elektrónových hladín (K -elektróny sú bližšie k jadru), a tým vyššiu pravdepodobnosť ich interakcie s jadrom. Naopak to však neplatí, to znamená, ak $E_{Bi} < (M_X - M_Y)c^2 < 2m_e c^2$, bude splnená len podmienka pre EZ , ktorý sa teda uskutoční bez β^+ premeny. Príkladom je železo ^{55}Fe , ktorého atómová hmotnosť je len o $0,232 \text{ MeV}$ väčšia, ako atómová hmotnosť ^{55}Mn , takže β^+ premena nebude možná, ale EZ môže nastať. Doba polpremeny EZ je $2,7 \text{ roka}$. Energia uvoľnená v procese premeny ($0,231 \text{ MeV}$) je rozdelená medzi dcérske jadro a neutríno, avšak v podstate skoro celá energia je odnášaná neutrínom. Je veľmi ťažké zmerať energiu uvoľneného neutrína, alebo energiu spätného odrazu jadra. Jednoduchým dôkazom prebiehajúcej premeny je však registrácia charakteristického žiarenia, v prípade ^{55}Mn má energiu $5,9 \text{ keV}$ (zodpovedá prechodu označovanému K_{α} , t.j. z najnižšej L -hladiny na K -hladinu), alebo registrácia Augerových elektrónov.

V prípade izobarov niklu ^{64}Ni , medi ^{64}Cu , a zinku ^{64}Zn , sú ich atómové hmotnosti v takom vzťahu, že sú splnené podmienky pre všetky typy beta premien, t.j. môže nastať β^+ premena, β^- premena, aj EZ . Rozpadové schéma ^{64}Cu je na obr. 5.21. Môžeme si všimnúť, že pravdepodobnosť β^- premeny je $38,5 \%$, pravdepodobnosť K -záchytu vedúceho k vzniku excitovaného ^{64}Ni je $0,47 \%$, pravdepodobnosť K -záchytu do základného stavu ^{64}Ni je $43,5 \%$ a $17,5 \%$ -ná je pravdepodobnosť β^+ premeny na ^{64}Ni . Táto situácia konkurenčných β^+ a β^- premien sa objavuje len zriedkavo, a to v prípade premeny niekoľkých nuklidov s nepárnym Z a nepárnym N nachádzajúcimi sa v blízkosti oblasti stability, ako napr. ^{40}K a ^{76}As . U týchto nuklidov je výhodné párovanie nukleónov za účelom zníženia hmotnosti, ktorou sa vyznačujú páro-párne jadrá, ktoré vznikajú znížením, resp. zvýšením Z o jednotku. V oboch prípadoch robí potom energia spárovania vzniknuté páro-párne jadrá stabilnými

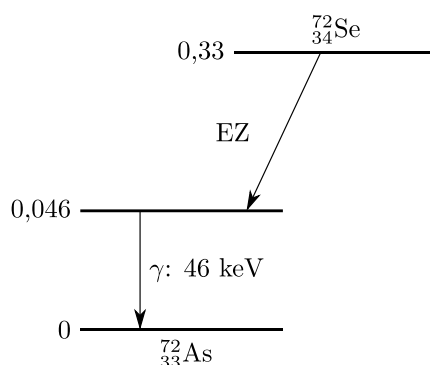
(nemôžu podstúpiť alfa ani beta premenu). Analogickým príkladom je trojica izobarov ^{76}Ge , ^{76}As a ^{76}Se .



Obr. 5.21. Rozpadová schéma $^{64}_{29}\text{Cu}$ demonštrujúca prípad nuklidu s β^+ premenu, β^- premenu a EZ.

Príklad 3: Nakreslite rozpadovú schému ^{72}Se . Premieňa sa elektrónovým záchyтом s celkovou energiou premeny 0,33 MeV. Pri premene je pozorované gama žiarenie s energiou 46 keV.

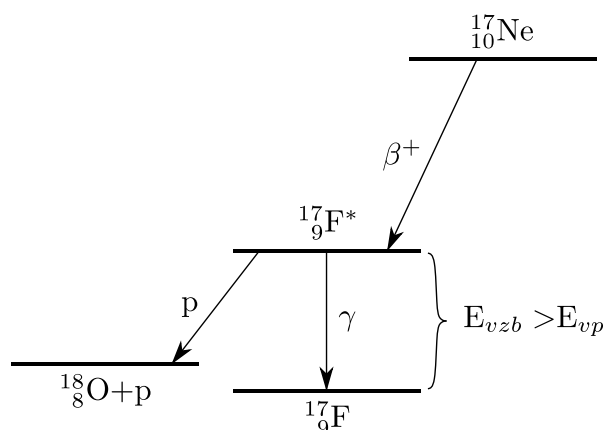
Keďže je pozorovaný gama fotón, premena musí viesť na excitovaný stav arzénu ^{72}As , ktorý následne prechádza vyžiarovaním fotónu gama do základného stavu (Obr. 5.22).



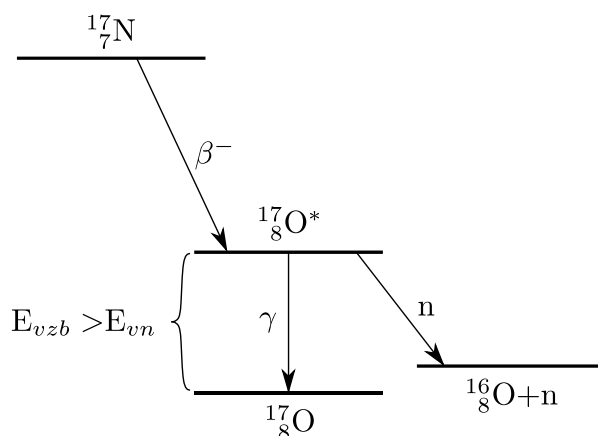
Obr. 5.22. Rozpadová schéma selénu ^{72}Se (Zdroj: Brian, 2009).

Uvoľnenie oneskoreného protónu/neutrónu

Pri β^- (β^+) premene jadra s vysokým prebytkom (nedostatk) neutrónov môže byť konečné jadro vo vzbudenom stave s energiou vzbudení E_{vzb} , ktorá prevyšuje energiu potrebnú na uvoľnenie neutrónu E_{vn} , resp. protónu E_{vp} . V takomto prípade bude konečné jadro uvoľňovať *oneskorený neutrón (protón)*. Na obr. 5.23 je rozpadová schéma izotopu neónu $^{17}_{10}\text{Ne}$, kde po β^+ premene vzniká jadro fluóru $^{17}_9\text{F}^*$ vo vzbudenom stave. V procese prechodu tohto jadra do základného stavu je emitovaný protón, pričom vzniká kyslík $^{16}_8\text{O}$. Na obr. 5.24 je analogická schéma emisie oneskoreného neutrónu jadrom $^{17}_8\text{O}^*$ vo vzbudenom stave, ktoré vzniká pri β^- premene dusíka $^{17}_7\text{N}$.



Obr. 5.23. Schéma emisie oneskoreného protónu.



Obr. 5.24. Schéma emisie oneskoreného neutrónu.

Inverzný beta rozpad

Pohltenie elektrónu jadrom (*EZ*) je ekvivalentný proces emisii pozitronu z jadra, čo vyjadrujú aj rovnice popisujúce tieto dva druhy beta premien:

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e \quad p + e^- \rightarrow n + \nu_e \quad (5.35)$$

Analogicky, emisii neutrína bude ekvivalentná absorpcia antineutrína, čo môžeme zapísať v podstate rovnakou reakciou:

$$p + \bar{\nu}_e \rightarrow n + e^+ \quad (5.36)$$

A obdobne môžeme predpokladať ekvivalentne k β^- premene aj možnosť absorpcie neutrína:

$$n + \nu_e \rightarrow p + e^- \quad (5.37)$$

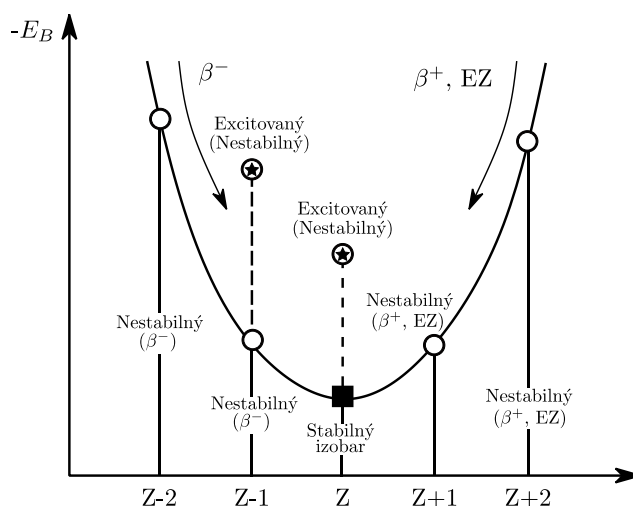
Tento fyzikálny proces absorpcie neutrína, resp. antineutrína popísaný rovnicami (5.36), resp. (5.37), nazývame *inverzný beta rozpad* a je zaujímavý tým, že poskytuje metódu na overenie existencie neutrín.

Inverzný beta rozpad je jediným známym prípadom, kedy neutrína a antineutrína interagujú s hmotou, hoci pravdepodobnosť týchto reakcií je mizivo malá. Účinný prierez interakcie neutrína s jadrom je rádovo $\sigma = 10^{-47} \text{ m}^2$. Stredná voľná dráha neutrína v látke hustoty $10^{28} \text{ častíc/m}^3$ je 10 km. Takto je napríklad pravdepodobnosť pohltienia neutrína Zemou (priemer $D \sim 10^7 \text{ m}$, počet nukleónov v 1 m^3 $\rho = 10^{30}$) je 10^{-10} . Je jasné, že takýto malý efekt možno pozorovať iba pri mohutných tokoch častíc. Mimoriadna zriedkavosť neutrínových interakcií znamená, že neutrína môžu prichádzať z ďalekých, alebo inak nedostupných oblastí vesmíru.

Začiatkom roka 1953 zrealizovali F. Reines, C.L. Cowan a iní bádatelia radu experimentov na zistenie ohromného prúdu neutrín z beta premeny, ku ktorej dochádza v jadrovom reaktore. Nádrž vody obsahujúca rozpustenú zlúčeninu kadmia dodávala protóny, ktoré mali interagovať s dopadajúcimi neutrínami. Nádrž obklopovali detektory gama žiarenia. Po absorpcii neutrína protónom vzniká pozitron a neutrón, pričom pozitron po strete s elektrónom okamžite anihiluje a vzniká pár fotónov s energiou 511 keV, ktorý je zaznamenaný okolitými detektormi gama žiarenia. Vzniknutý neutrón sa zatiaľ pohybuje roztokom, pokým nie je – po niekoľkých mikrosekundách – zachytený jadrom kadmia. Novovzniknuté ťažšie kadmiové jadro následne uvoľňuje excitačnú energiu 8 MeV, ktorá je rozdelená medzi tri alebo štyri fotóny, ktoré sú zachytené detektormi niekoľko mikrosekúnd po fotónoch z pozitron-elektrónovej anihilácie. Registrácia uvedenej postupnosti fotónov v detektore bola nepochybným znamením, že reakcia (5.37) nastala.

Mattauchovo pravidlo a údolie stability

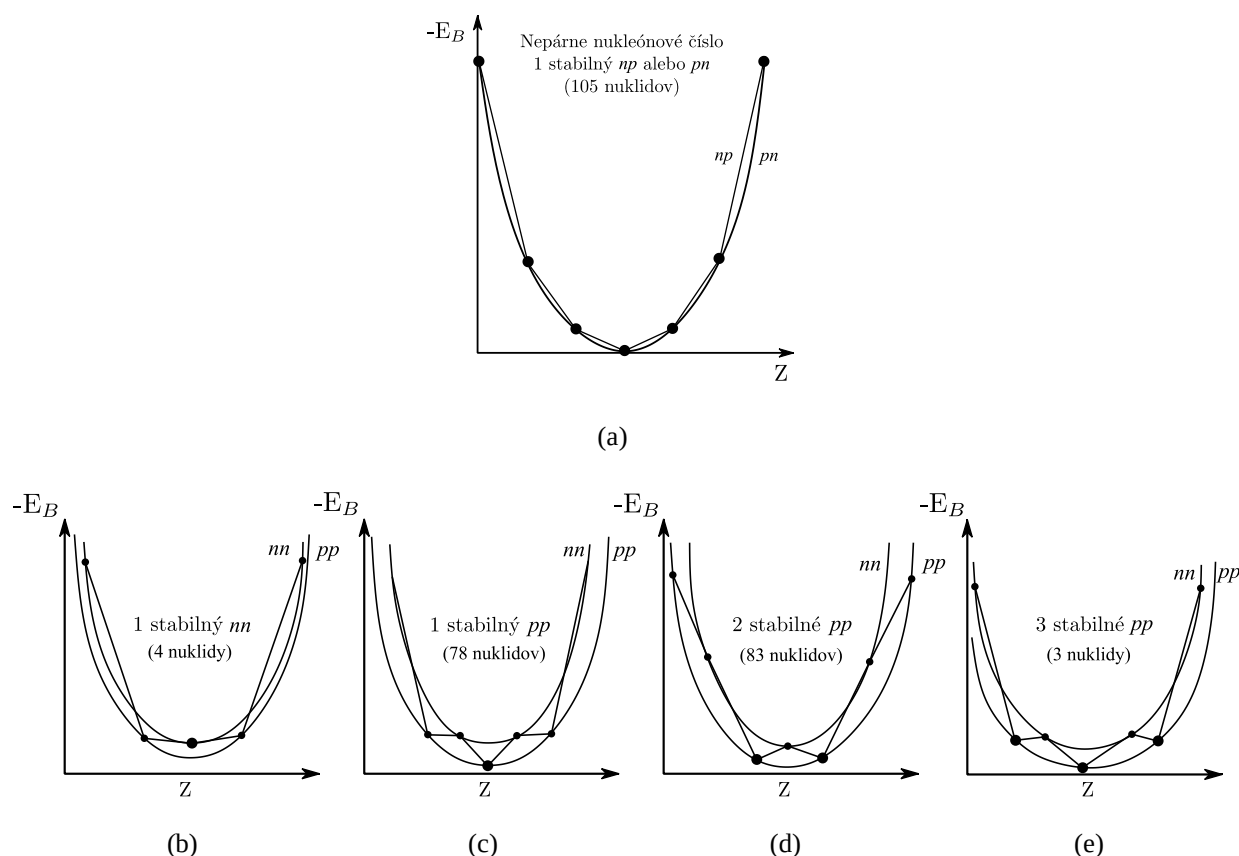
Z podmienok jednotlivých typov beta premien, ktoré boli uvedené vyššie, vyplýva, že v periodickej tabuľke prvkov neexistujú dva susedné prvky majúce izotopy s rovnakým nukleónovým číslom, t.j. neexistujú dva susedné izobary, ktoré by boli stabilné. Túto skutočnosť sformuloval v roku 1934 Josef Mattauch a nazýva sa *Mattauchovo pravidlo* (v angl. „*Mattauch isobar rule*“). Výnimkou tohto pravidla je napr. antimón $^{123}_{51}\text{Sb}$ s telúrom $^{123}_{52}\text{Te}$ a hafnium $^{180}_{72}\text{Hf}$ s tantalom $^{180}_{73}\text{Ta}$, u ktorých sa predpovedané typy rádioaktívnych premien pozorovaním nepotvrdili.



Obr. 5.25. Schematické znázornenie závislosti väzbovej energie E_B od protónového čísla Z , pri konštantnom nukleónovom čísle A .

Obr. 5.25 demonštruje závislosť väzbovej energie od protónového čísla, Z , ktorá má tvar paraboly. Najstabilnejší izobar leží v spodnej časti paraboly, avšak nie nevyhnutne v jej minime. Susedné izobary sú nestabilné, pričom stabilitu získavajú znížením Z , a teda posunom po parabole smerom naľavo

(β^+ premena alebo EZ), alebo zvýšením Z , čiže posunom po parabole doprava (β^- premena). Tvar, resp. poloha paraboly však závisí od toho, či má jadro párne alebo nepárny počet protónov, resp. neutrónov. Obr. 5.26 (a) vystihuje korektnú situáciu pre izobary s nepárnym nukleónovým číslom (t.j. párne Z a nepárne N , resp. naopak). V prípade páрно-párnych jadier „ pp “ (párne Z , párne N), resp. nepárno-nepárnych jadier „ nn “ (nepárne Z , nepárne N), kedy je nukleónové číslo párne, existujú dve paraboly (Obr. 5.26 (b-e)). Párno-párne jadrá majú väčšiu väzbovú energiu v porovnaní s nepárno-nepárnymi jadrami, a preto pre nepárno-nepárne jadrá bude mať parabola ten istý tvar, avšak bude posunutá nahor. V prípade páрно-párnych jadier, nestabilné izobary získavajú stabilitu konverziou neutrónu na protón alebo protónu na neutrón preskokom medzi týmito dvoma parabolami.



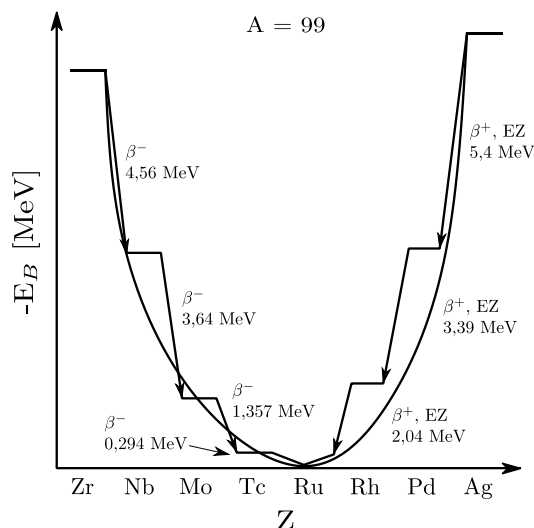
Obr. 5.26. Schematické znázornenie závislosti väzbovej energie E_B od protónového čísla Z pre rôzne kombinácie Z a N : nepárne A (a), párne A s rôznym počtom stabilných izobarov (b-e).

Ako príklad nepárneho nukleónového čísla si vezmime súbor ôsmich izobarov s $A = 99$ (Tab.). Môžeme si všimnúť, že optimálna hodnota pomeru N/Z je pravdepodobne blízko 1.25, keďže $^{99}_{44}\text{Ru}$ je jediný stabilný izobar. Izobary so $Z > 44$ majú menší pomer N/Z (prebytok protónov oproti neutrónom) a premieňajú sa beta plus premenou alebo elektrónovým záchyтом. Izobary so $Z < 44$ majú väčší pomer N/Z a podstupujú beta mínus premenu. Na obr. 5.27 je znázornená závislosť väzbovej energie od protónového čísla Z pre súbor vybraných izobarov, pričom obsahuje schematicky zaznačené príslušné druhy izobarických premien. Diagram je zjednodušením v tom zmysle, že znázorňuje len celkovú energiu jednotlivých premien, t.j. uvažujeme len prechody do základných stavov. Môžeme si všimnúť, že so vzdáľovaním sa od stabilného $^{99}_{44}\text{Ru}$ narastá hodnota väzbovej energie kvadraticky, teda závislosť môžeme aproximovať parabolou. Tento matematický model bol vypracovaný v roku 1935 C.F. von Weizsäckerom (viď kapitola „Modely atómového jadra“). Keďže energia je priamo previazaná s hmotnosťou vzťahom $E = mc^2$, na y-os je možné vynášať namiesto energie hodnoty hmotností, pričom tvar závislosti sa nezmení. V literatúre môžeme preto nájsť túto

závislosť označenú aj ako *semi-empirický vzťah pre hmotnosť*, a príslušnú závislosť ako tzv. *hmotnostnú parabolu* („mass parabola“).

Tab. 5.3. Izobary s $A = 99$ (Zdroj: Bryan, 2009).

Izobar	N	Z	N/Z	Typ premeny	Energia premeny [MeV]
$_{47}Ag$	52	47	1.11	β^+, EZ	5.40
$_{46}Pd$	53	46	1.15	β^+, EZ	3.39
$_{45}Rh$	54	45	1.20	EZ, β^+	2.04
$_{44}Ru$	55	44	1.25	Stabilný	Stabilný
$_{43}Tc$	56	43	1.30	β^-	0.29
$_{42}Mo$	57	42	1.36	β^-	1.36
$_{49}Nb$	58	41	1.41	β^-	3.64
$_{40}Zr$	59	40	1.48	β^-	4.56



Obr. 5.27. Zjednodušená rozpadová schéma pre vybrané izobary s nepárnym $A = 99$.

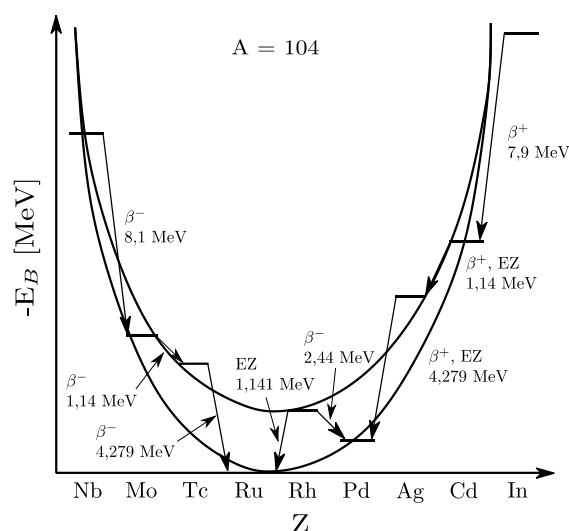
Ako príklad izobarov s párnym nukleónovým číslom budeme uvažovať súbor izobarov s $A = 104$ uvedený v tab. 5.4. Môžeme si všimnúť, že v riadkoch tabuľky sa striedajú dva druhy izobarov: s páro-párnym $N-Z$ (pp) a nepárno-nepárnym $N-Z$ (nn), pričom pp -izobary sú extra stabilné, na rozdiel od extra nestabilných nn -izobarov. Tento dualizmus izobarov s párnym A je ešte zreteľnejší pri grafickom znázornení, kde pp -izobary a nn -izobary môžeme aproximovať dvoma parabolami stretávajúcimi sa pri vysokých hodnotách energií (Obr. 5.28.). Všimnime si, že dva stabilné izobary v rámci sledovaného súboru nemajú rovnakú hodnotu energie, takže aj v rámci stabilných izobarov je stabilita relatívna. Pre $A = 104$ bude teda optimálna hodnota pomeru N/Z ležať medzi 1,26 ($_{46}^{104}Pd$) a 1,36 ($_{44}^{104}Ru$), pravdepodobne bližšie 1,36, keďže energia $_{44}^{104}Ru$ je nižšia ako $_{46}^{104}Pd$. Táto hodnota optimálneho pomeru je vyššia, ako pre $A = 99$.

Ako bolo spomenuté vyššie, súbor izobarov s párnym A môže mať 1, 2 alebo 3 stabilné nuklidy. Prípade s jedným stabilným nuklidom môže nastať v prípade pp -izobarov, alebo nn -izobarov, pričom v prípade nn -izobarov je stabilita zriedkavá a existujú len štyri stabilné nn -nuklidy: $_{1}^{2}H$, $_{3}^{6}Li$, $_{5}^{10}B$ a $_{7}^{14}N$, všetky v skupine ľahkých prvkov.

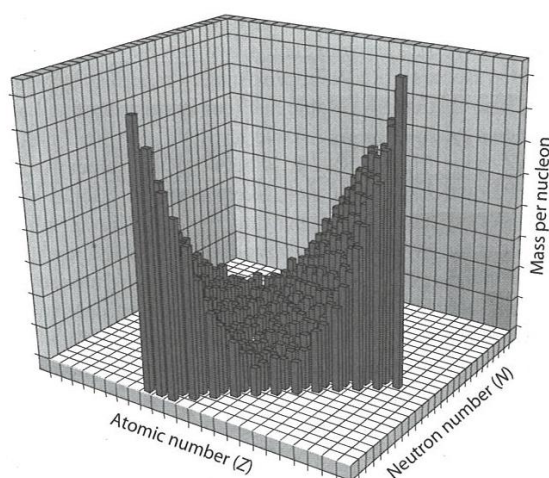
Keď zobrazíme v priestorovom grafe závislosť hmotnosti na nukleón od Z a N , dostávame tzv. „údolie stability“, pričom „pás stability“ je pričným rezom tohto zobrazenia (Obr. 5.29).

Tab. 5.4. Izobary s $A = 104$ (Zdroj: Bryan, 2009).

Izobar	N	Z	N/Z	Typ premeny	Energia premeny [MeV]
$_{49}\text{In}$	55	49	1.12	β^+	7.90
$_{48}\text{Cd}$	56	48	1.17	EZ, β^+	1.14
$_{47}\text{Ag}$	57	47	1.21	β^+, EZ	4.28
$_{46}\text{Pd}$	58	46	1.26	Stabilný	Stabilný
$_{45}\text{Rh}$	59	45	1.31	β^-, EZ	2.44; 1.141
$_{44}\text{Ru}$	60	44	1.36	Stabilný	Stabilný
$_{43}\text{Tc}$	61	43	1.42	β^-	5.60
$_{42}\text{Mo}$	62	42	1.48	β^-	2.16
$_{41}\text{Nb}$	63	41	1.54	β^-	8.10



Obr. 5.28. Zjednodušená rozpadová schéma pre vybrané izobary s párnym $A = 104$.



Obr. 5.29. 3-D graf nuklidov s nukleónovým číslom od $A = 46$ do $A = 71$.

Najdôležitejšie charakteristiky beta premeny môžeme zhrnúť do nasledovných bodov:

1. Beta premena nie je proces vnútrojadrový, ako je to pri alfa premene, ale *vnútronukleónový*.
2. Beta rádioaktívne jadrá sú v celom rozsahu nukleónových čísel, A (na rozdiel od alfa rádioaktívnych jadier, kde premene podliehajú zväčša len ťažké jadrá so $Z > 82$).
3. Neexistujú dva susedné izobary so Z a $Z + 1$ ako stabilné.
4. Beta spektrum je spojité (energie v rozpätí od 0 do $E_{k,max}$), pričom beta plus spektrum má maximum posunuté smerom k vyšším energiám v porovnaní s beta mínus spektrom z dôvodu pôsobenia Coulombových síl medzi jadrom a emitovanou časticou ($\overline{E}_\beta = 2/5 E_{\beta m}$ pre β^+ , resp. $\overline{E}_\beta = 1/3 E_{\beta m}$ pre β^-).
5. Dôvodom spojitosti beta spektra je produkcia neutrína/antineutrína, ktoré majú nasledovné vlastnosti:
 - a) nulový elektrický náboj
 - b) pokojová hmotnosť blízka nule
 - c) magnetický moment nulový alebo veľmi malý
 - d) poločíselný spin ($1/2 \hbar$), patria teda medzi fermióny
 - e) interaguje s hmotou prostredníctvom slabej interakcie alebo gravitácie
6. Energia uvoľnená pri beta premene sa mení od $0,02 \text{ MeV}$ pri premene trícia, ^3H , až do $13,4 \text{ MeV}$ pri premene izotopu bóru ^{12}B , na rozdiel od alfa premeny, kde je uvoľnená energia v rozpätí od 4 do 9 MeV .
7. Doba polpremeny beta rádioaktívnych jadier je v rozsahu od 10^{-2} s do 10^{18} rokov.
8. Keďže hmotnosť protónu je menšia ako hmotnosť neutrónu, neexistuje samovoľná premena $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$. Protón teda musí získať chýbajúcu energiu od jadra, na rozdiel od premeny neutrónu.
9. Pre premenu β^+ v porovnaní s premenou alfa neexistuje Coulombova bariéra, a to i napriek tomu, že uvoľňujúce sa pozitrony sú kladne nabité a ich energie sú často menšie ako energie alfa častíc. Je to dané tým, že pozitron má malú hmotnosť a veľkú hybnosť.

Tab. 5.5. Typické beta premeny (Zdroj: Krane, 1988).

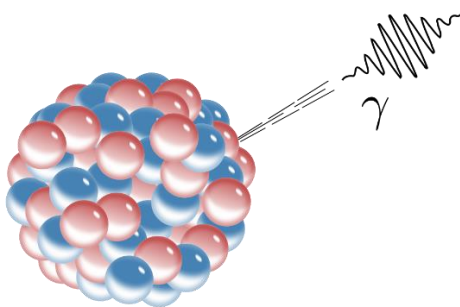
Premena	Typ	$Q_0 [\text{MeV}]$	$T_{1/2}$
$^{23}\text{Ne} \rightarrow ^{23}\text{Na} + e^- + \bar{\nu}_e$	β^-	4.38	38 s
$^{99}\text{Tc} \rightarrow ^{99}\text{Ru} + e^- + \bar{\nu}_e$	β^-	0.29	$2.1 \times 10^5 \text{ r}$
$^{25}\text{Al} \rightarrow ^{25}\text{Mg} + e^+ + \nu_e$	β^+	3.26	7.2 s
$^{124}\text{I} \rightarrow ^{124}\text{Te} + e^+ + \nu_e$	β^+	2.14	4.2 d
$^{15}\text{O} + e^- \rightarrow ^{15}\text{N} + \nu_e$	EZ	2.75	1.22 s
$^{41}\text{Ca} + e^- \rightarrow ^{41}\text{K} + \nu_e$	EZ	0.43	$1.0 \times 10^5 \text{ r}$

5.4. Gama premena a vnútorná konverzia

Gama premena

Atómové jadro, podobne ako atóm, môže existovať len v určitých, presne definovaných, kvantovaných energetických stavoch. Vieme, že prechod medzi dvoma energetickými stavmi atómu je sprevádzaný emisiou elektromagnetického žiarenia, ktoré nazývame X -lúče, alebo röntgenové žiarenie. Analogicky je to v prípade prechodu medzi dvoma energetickými stavmi jadra, avšak fotóny emitované v tomto procese majú značne odlišné energie. Pokým v prípade atómových prechodov sú energie približne od 1 eV (valenčné elektróny) až do ca 100 keV (elektróny na vnútorných hladinách ťažkých prvkov), fotóny uvoľnené pri jadrových prechodoch majú energie od zopár keV až do niekoľkých MeV.

Prechod medzi jadrovými stavmi spojený s vyžiarovaním elektromagnetického žiarenia nazývame *gama premena* (Obr. 5.30) a emitované žiarenie sa označuje ako *gama žiarenie* (*gama lúče*). Prechod môže byť *jednonásobný*, ak jadro prechádza do základného stavu vyžiarovaním jedného fotónu gama, alebo *kaskádový*, keď sa prechod do základného stavu uskutočňuje postupným vyžiarovaním niekoľkých γ -fotónov. Excitovaný (vzbudený) jadrový stav prechádza na excitovaný stav s nižšou energiou alebo na základný stav spravidla promptne ($< 10^{-10}$ s), avšak doby života vzbudených hladín môžu dosahovať mesiace až roky.



Obr. 5.30. Schematické znázornenie gama premeny.

Gama premenu môžeme symbolicky zapísať rovnicou:



Hviezdička v pravom hornom indexe vyjadruje, že materský nuklid je v excitovanom stave. Gama premena sa líši od alfa alebo beta premeny v tom, že nedochádza pri nej k emisii ani k absorpcii častíc, a teda počet protónov a neutrónov zostáva konštantný. Je spojená s preusporiadaním nukleónov v jadre s cieľom zabezpečiť energeticky výhodnejší stav.

Pri γ -premene musí platiť zákon zachovania energie, hybnosti aj momentu hybnosti. Ak E_i je počiatočná energia jadra a E_f je konečná energia jadra, potom platí:

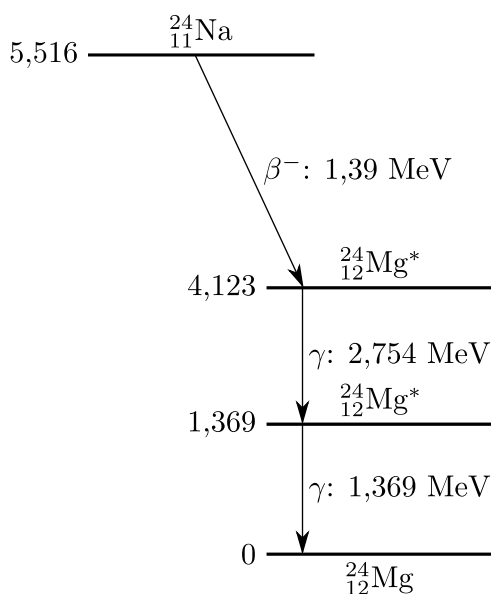
$$E_i = E_f + E_\gamma + E_R \quad \text{a} \quad \overline{p}_\gamma + \overline{p}_R = 0 \quad (5.39)$$

kde E_γ je energia γ -fotónu, E_R je kinetická energia spätne odrazeného jadra (nerelativisticky $E_R = p_R^2/2M$) a p_R je hybnosť jadra. Ak $E_\gamma = p_\gamma c = p_R c$, potom

$$E_R = \frac{p_R^2}{2M} = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \quad (5.40)$$

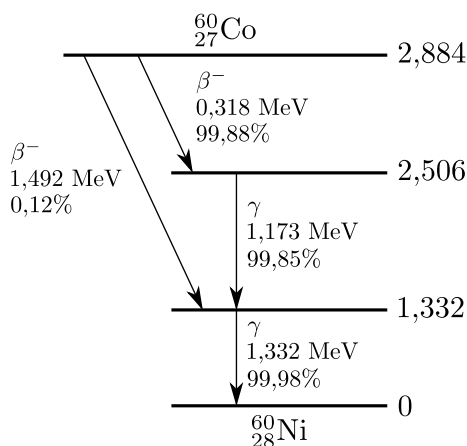
Keďže pokojová energia nukleónu je 938 MeV , potom $2Mc^2 \sim 2A \times 10^3 \text{ MeV}$. Keďže $E_\gamma \leq 5 \text{ MeV}$, $E_R \leq \frac{25}{2A \times 10^3} \text{ MeV}$, čo je pre $A = 10$ hodnota menšia ako 10^{-3} a pre $A = 100$ hodnota menšia ako 10^{-4} . To znamená, že energia späťne odrazeného jadra môže byť zanedbaná a γ -fotón preberá takmer všetku energiu vzбудenia jadra. (Významnejšiu úlohu hrá táto položka napríklad v prípade Mössbauerovho efektu). Z predchádzajúceho je zrejmé, že energetické spektrum fotónov gama je *diskrétné*.

Excitované energetické stavy jadra boli najskôr pozorované u dcérskych jadier vznikajúcich v procesoch alfa a beta premien, ktoré boli sprevádzané následnou γ -premenou, prípadne vnútornou konverziou. Meranie energií γ -žiarenia bolo jedným z hlavných spôsobov získavania informácií o energetických stavoch a štruktúre jadra. Fotóny gama vyžiarené po premene alfa sa vyznačujú spravidla relatívne nízkou energiou ($E_\gamma < 0,5 \text{ MeV}$), zatiaľ čo energia fotónov gama vyžiarených dcérskym jadrom po premene beta môže byť väčšia a dosahuje hodnoty 2 až $2,5 \text{ MeV}$. Obzvlášť intenzívne žiarenie gama sa objavuje vtedy, ak má jadro po vyžiarení častice alfa alebo beta malú energiu vzbudenia, ktorá nepostačuje na vyžiarenie nukleónu z jadra. Príkladom takejto situácie je izotop sodíka $^{24}_{11}\text{Na}$. Cestou premeny beta ($T = 15 \text{ h}$) prechádza toto jadro na druhú vzбудenú hladinu horčíka $^{24}_{12}\text{Mg}$. Vzбудené jadro $^{24}_{12}\text{Mg}$ stráca energiu vzbudenia cestou postupného vyžiarenia dvoch γ -fotónov s energiami $2,8 \text{ MeV}$ a $1,4 \text{ MeV}$ (Obr. 5.31).



Obr. 5.31. Rozpadová schéma sodíka ^{24}Na .

Ďalším predstaviteľom podstupujúcim γ -premenu je izotop ^{60}Co , ktorého rozpadová schéma je na obr. 5.32. Môžeme si všimnúť, že β^- premenou prechádza na $2,50 \text{ MeV}$ excitovaný stav niklu ^{60}Ni s polčasom premeny 5,27 roka. Maximálna energia beta častíc je $0,309 \text{ MeV}$. Doby života vzбудených hladín ^{60}Ni sú veľmi krátke ($< 10^{-11} \text{ s}$) a premieňajú sa kaskádou emisiou $1,17 \text{ MeV}$ a $1,33 \text{ MeV}$ γ -fotónov na základný stav. To znamená, že keď jedno jadro ^{60}Co emituje jednu β^- časticu, vzápätí vznikajú dva fotóny gama.



Obr. 5.32. Rozpadová schéma ^{60}Co .

Gama žiarenie jadier je spôsobené interakciou jednotlivých nukleónov jadra s elektromagnetickým poľom. To znamená, že emisia fotónov nie je proces vnútrojadrový (ako žiarenie alfa) ani vnútronukleónový (žiarenie beta). Izolovaný voľný nukleón nemôže vyžiariť ani pohltiť fotón gama v dôsledku platnosti zákonov zachovania energie a hybnosti. Na druhej strane nukleón vnútri jadra môže vyžiariť fotón gama, pričom odovzdáva časť hybnosti ostatným nukleómom.

Vnútoraná konverzia

V niektorých prípadoch, keď jadro prechádza zo vzbuđeného stavu do stavu s nižšou energiou, nepozorujeme emisiu fotónov, ale energia vzbuđenja je odovzdaná jednému z elektrónov atómového obalu, ktorý je následne z atómu uvoľnený. Tento proces nazývame *proces vnútornej konverzie* a uvoľnený elektrón je tzv. (vnútorný) *konverzný elektrón*. V procese vnútornej konverzie sa rovnako ako pri gama premene protónové číslo nemení, a teda nedochádza k premene prvku na iný.

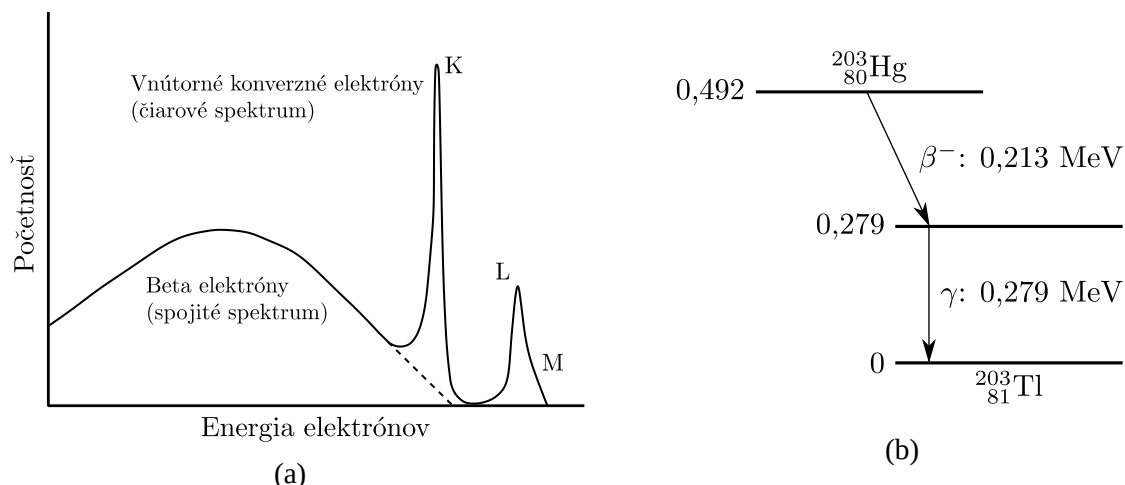
Ak energia γ -fotónu je $E_\gamma = E_u - E_l$, kde E_u a E_l sú energie hornej ($u = \text{„upper“}$), resp. spodnej ($l = \text{„lower“}$) energetickej hladiny, potom pri zanedbaní energie spätného odrazu jadra pri uvoľnení fotónu bude energia vnútorného konverzného elektrónu:

$$E_e = E_u - E_l - W_i \quad (5.41)$$

kde W_i je väzbová energia elektrónu na i -tej hladine. Je zrejmé, že energetické spektrum konverzných elektrónov bude diskkrétne. Monoenergetickosť elektrónov vyžarovaných v procese vnútornej konverzie dovoľuje odlišiť tieto elektróny od elektrónov emitovaných pri beta premene, ktorých spektrum je spojité. Pôvodne boli čiary v spektre prisúdené „diskrétnemu beta žiareniu“, avšak neskôr sa zistilo, že hoci majú rovnakú povahu ako beta žiarenie (záporne nabitý elektrón), ich pôvod nie je v jadre, ale pochádzajú z atómového obalu. C. D. Ellis zaviedol v roku 1924 názov konverzné elektróny, ktorý však nebol dlho akceptovaný, až pokým v roku 1937 H. Bethe navrhol, že označenia α , β , a γ by mali byť rezervované pre častice majúce pôvod v jadre.

Ak proces vnútornej konverzie nastáva následne po β^- premene, výsledné spektrum je teda superpozíciou diskrétnych čiar prislúchajúcich konverzným elektrónom a spojitého kontinua elektrónov z jadrovej β^- premeny. Na obr. 5.33 (a) je rozpadová schéma ortuti $^{203}_{80}\text{Hg}$. Vidíme, že $^{203}_{80}\text{Hg}$ prechádza β^- premenu na vzbuđenú hladinu dcérskeho jadra tália $^{203}_{81}\text{Tl}$, pričom maximálna energia uvoľneného beta žiarenia je 214 keV. Tento vzbuđený stav rýchlo prechádza na základný stav emisiou

gamma kvanta s energiou 279 keV (doba života vzbudenej hladiny je $2,8 \times 10^{-10} \text{ s}$). Na obr. 5.33 (b) je spektrum elektrónov emitovaných rádioaktívnym izotopom $^{203}_{80}\text{Hg}$ demonštrujúce prítomnosť spojitého beta spektra a K , L a M čiar z procesu vnútornej konverzie. Keďže väzbová energia K -elektrónov v $^{203}_{81}\text{Tl}$ je 85 keV , energia K čiar bude $279 - 85 = 194 \text{ keV}$. Energia L a M čiar bude vyššia z dôvodu nižšej väzbovej energie L , resp. M -elektrónov. Podľa vzdialenosti medzi týmito maximami možno určiť prvok, na ktorom dochádza k vnútornej konverzii.



Obr. 5.33. Energetické spektrum beta (a) a rozpadová schéma (b) izotopu $^{203}_{80}\text{Hg}$.

Uviedli sme, že pri prechode jadra zo vzbudeného stavu do základného stavu, resp. do stavu s nižšou energiou môže nastať buď emisia γ -žiarenia alebo uvoľnenie konverzného elektrónu. Sú to dva konkurenčné procesy, pričom ich pravdepodobnosť závisí od zmeny spinu a parity pri prechode medzi príslušnými jadrovými energetickými stavmi, od rozdielu energií hladín, od momentu hybnosti odnášaného žiarením a od Z jadra. Táto pravdepodobnosť sa vyjadruje pomocou tzv. *koefficientu vnútornej konverzie*, α , ktorý je pre daný prechod definovaný ako pomer pravdepodobnosti emisie vnútorného konverzného elektrónu zo všetkých hladín atómového obalu, N_e , k pravdepodobnosti emisie γ -fotónu, N_γ . Keďže elektrón môže byť uvoľnený z ľubovoľnej hladiny obsadenej elektrónmi ($K, L, M, \dots$), každá hladina a podhladina bude mať svoj vlastný konverzný koeficient:

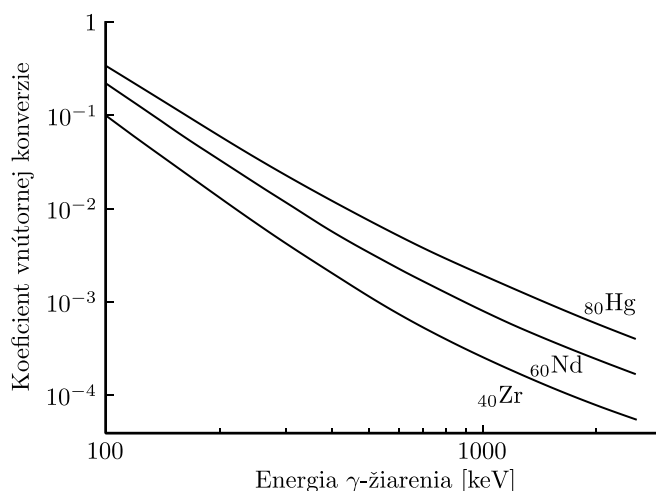
$$\alpha \equiv \frac{N_e}{N_\gamma} \quad (5.42)$$

$$\alpha_K = \frac{N_{e,K}}{N_\gamma}, \alpha_L = \frac{N_{e,L}}{N_\gamma}, \alpha_{L_I, L_{II}, L_{III}} = \frac{N_{e, L_I, L_{II}, L_{III}}}{N_\gamma} \quad (5.43)$$

Pôvodne sa predpokladalo, že vnútorná konverzia je proces, pri ktorom vzbudený stav emituje γ -fotón, ktorý odovzdá energiu orbitálnemu elektrónu, ktorý je následne z atómu uvoľnený (fotoelektrický jav). Táto predstava sa však ukázala ako nesprávna a pravdepodobnosť popísaného procesu je veľmi malá. Pri vnútornej konverzii je energia vzbudenia jadra prenesená priamo elektrónu z obalu prostredníctvom Coulombovho poľa, ktorým sú viazané.

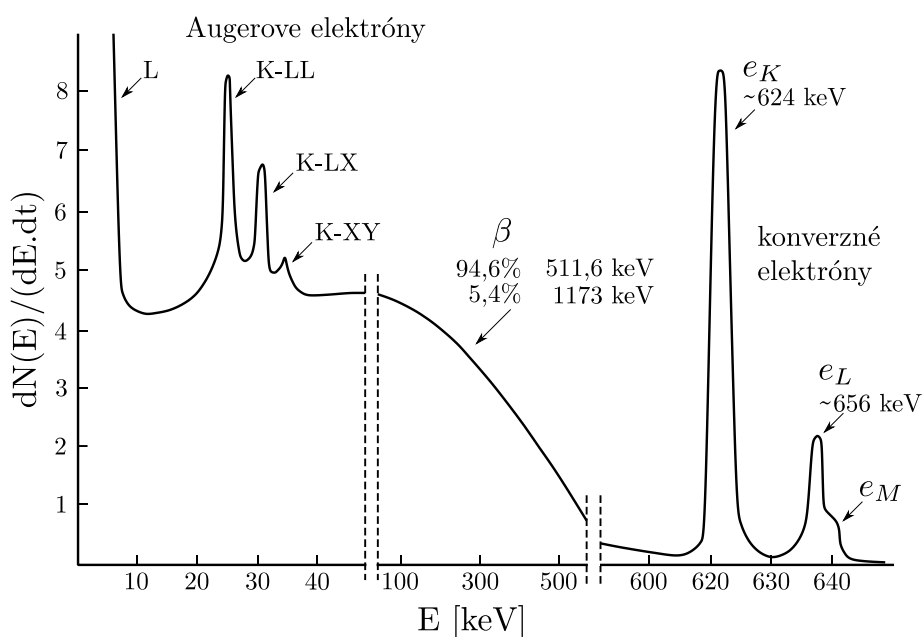
Konverzný koeficient môže nadobúdať rôzne hodnoty. K -elektróny, ktoré sú najbližšie k jadru a majú najvyššiu pravdepodobnosť výskytu v oblasti jadra, sú emitované s najvyššou pravdepodobnosťou ($10^{-4} < \alpha_K < 10^2$). Konverzný koeficient α_K vykazuje tiež rapidný nárast so Z , pretože Coulombova interakcia medzi jadrom a elektrónmi sprostredkujúca prenos energie vzbudenia s protónovým

číslo narastá. Proces vnútornej konverzie je preto najvýznamnejší pre prechody nízkych energií a prvky s vysokým protónovým číslom. Závislosť koeficienta vnútornej konverzie od energie γ -žiarenia pre rôzne protónové čísla Z je na obr. 5.34.



Obr. 5.34. Závislosť koeficienta vnútornej konverzie od energie γ -žiarenia pre rôzne protónové čísla Z .

Vnútrná konverzia je spravidla sprevádzaná emisiou charakteristických lúčov (X -lúče) a/alebo Augerových elektrónov. Po uvoľnení konverzného elektrónu je vzniknutá vakancia v atómovom obale promptne zaplnená iným elektrónom z vyššej hladiny, pričom rozdiel energií je vyžiarený vo forme fotónu X a/alebo je uvoľnený elektrón z vonkajších hladín atómu (Augerov elektrón). Tento proces je tiež popísaný v kapitole „Beta premena“. V spektre sa potom objavujú popri spojitom kontinuu z jadrovej beta premeny a monoenergetických pík konverzných elektrónov v oblasti vyšších energií aj monoenergetické píky Augerových elektrónov v oblasti nižších energií. Na obr. 5.35 je príklad beta spektra znázorňujúci prítomnosť konverzných aj Augerových elektrónov.



Obr. 5.35. Spektrum cézia ^{137}Cs demonštrujúce prítomnosť Augerových aj konverzných elektrónov.

V prípade, že energia vzбудenia jadra presiahne hodnotu $1,022 \text{ MeV}$ ($2m_e c^2$), prichádza do úvahy ďalší proces, ktorým môže jadro uvoľniť energiu vzbudenia, a síce *tvorba elektrón-pozitrónových párov*. Tento proces konkuruje procesom emisie γ -žiarenia a vnútornej konverzie, pričom jeho pravdepodobnosť je 10^3 -krát menšia, avšak stáva sa dominantným v oblasti energií niekoľkých MeV .

Izomérne prechody

Izoméry sú nuklidy, ktoré majú rovnaký počet protónov a neutrónov, avšak sú v rozdielnom energetickom stave charakterizovanom rozdielnymi hodnotami spinov, hmotností, strednou dobou života, a pod. Môžeme povedať, že jadrové izoméry sa nelíšia konfiguráciou nukleónov v jadrách, ale ich pohybom v jadre. Vznik takýchto stavov sa dá vysvetliť pomocou hladinového modelu jadra. V literatúre sa však niekedy stretávame aj s definíciou, ktorá považuje za izoméry len nuklidy s merateľnými dobami života excitovaných stavov. *Izomérny prechod* je potom prechod medzi dvoma izomérnymi stavmi. γ -premena je teda jedným príkladom izoméneho prechodu.

Ako bolo spomenuté vyššie, doba života jadra vo vzbudenom stave je zvyčajne veľmi krátka, rádovo 10^{-12} s . Avšak v niektorých prípadoch môže doba života vzbudenej hladiny dosahovať dni, alebo dokonca roky. Vzбудené stavy s dlhými dobami života sa nazývajú *metastabilné stavy*, alebo *metastavy*. Existencia metastabilného stavu v blízkosti základného stavu jadra je podmienkou vzniku jadrovej izomérie. Metastabilné stavy sú označované symbolom „*m*“ v ľavom hornom indexe za nukleónovým číslom, napríklad $^{113\text{m}}\text{In}$ je metastav (resp. aj izomér) ^{113}In , ktorého doba života je $99,5 \text{ min}$. Do základného stavu prechádza so 65 %-nou pravdepodobnosťou emisiou γ -žiarenia a s 35 %-nou pravdepodobnosťou uvoľnením konverzného elektrónu.

Hodnota doby života, od ktorej považujeme stav za metastabilný, nie je presne definovaná. Zvykne sa udávať hodnota rádovo 10^{-9} s , napriek tomu hodnoty doby života 10^{-6} s alebo dokonca 10^{-3} s nemusíme vždy nájsť označené ako metastabilné.

Dôvodom existencie stavov s dlhou dobou života je zväčša veľká zmena spinu pri prechode do základného stavu, zmena parity, malý energetický rozdiel hladín alebo veľké rozdiely v tvare jadra po prechode. Veľká zmena spinu alebo nízka energia premeny môžu navyše brzdiť prechod do základného stavu tým spôsobom, že sa prechod na základný stav zrealizuje prostredníctvom alfa alebo beta premeny namiesto gama premeny alebo vnútornej konverzie. Veľké rozdiely v tvare jadier u veľmi ťažkých aktinoidov majú za následok spontánne štiepenie izomérov namiesto emisie fotónu alebo vnútornej konverzie.

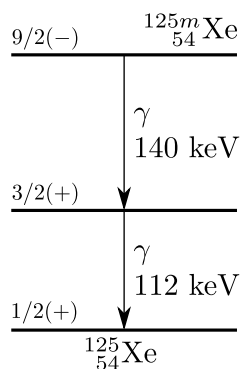
Jadrová izoméria sa vyskytuje predovšetkým pri páro-nepárnych, nepárno-párnych alebo nepárno-nepárnych jadrách. Párno-párne izoméry sú zriedkavosťou.

Medzi ľahkými jadrami sú len krátkožijúce izoméry s dobou života menšou ako 1 s. Izoméry ťažkých jadier sa sústreďujú a vytvárajú akési ostrovy izomérie v rovine danej súradnicami Z a A .

Príklad izoméneho prechodu z metastabilného stavu je xenón $^{125\text{m}}\text{Xe}$, ktorého rozpadová schéma je na obr. 5.36. Môžeme si všimnúť, že prechádza do základného stavu emisiou γ -kvánt s energiami 140 keV a 112 keV , avšak emisia fotónov s energiou $140 + 112 = 252 \text{ keV}$ nie je pozorovaná. Takýto prechod nie je dovolený, keďže by bol spojený s veľkou zmenou jadrového spinu. Ako sme uviedli v predchádzajúcich kapitolách, jadrový spin je určený súčtom spinov nukleónov v jadre. Ak má jadro nepárne nukleónové číslo A , má v základnom stave poločíselný spin. Ak je A párne, bude výsledný spin buď nulový alebo sa bude rovnať celému číslu. Na obr. 5.36 sú pri energetických hladinách vyznačené spiny a parita energetických stavov. Vidíme, že rôzne energetické stavy jedného nuklidu majú rôzne spiny. Rozdielne hodnoty spinov sú hlavnými rozdielmi, ktorými sa líšia izoméry.

Pri izomérnom prechode musí teda dôjsť k zmene spinu, pričom pravdepodobnosť prechodu je tým menšia, čím väčšia je zmena spinu. Ak by mal ^{125m}Xe prejsť priamo do základného stavu, jeho spin by sa musel zmeniť z $9/2$ na $1/2$, čo je nepravdepodobné. Namiesto toho sa teda zrealizuje prechod najskôr na hladinu so spinom $3/2$, a potom z $3/2$ na $1/2$.

Symbody „+“ a „-“ na obr. 5.36 označujú paritu, o ktorej sme sa už tiež zmienili. Zmena parity taktiež ovplyvňuje pravdepodobnosť izomérneho prechodu.



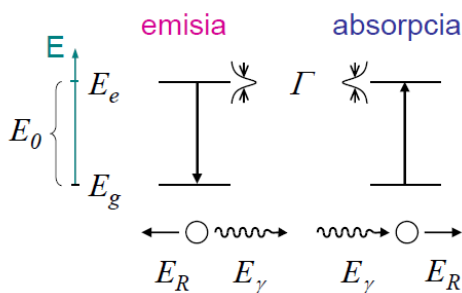
Obr. 5.36. Izomérny prechod xenónu ^{125m}Xe .

Mössbauerov efekt

Mössbauerov efekt bol objavený v roku 1957 R. L. Mössbauerom, ktorému bola v roku 1961 za tento významný objav udelená Nobelova cena za fyziku. Objav tohto efektu bol základom pre rozvoj novej analytickej techniky – Mössbauerovej spektrometrie, ktorá je využívaná v rôznych modifikáciách a má široké spektrum aplikácií dodnes. Základný význam Mössbauerovej spektrometrie je v tom, že umožňuje merať niektoré relatívne slabé interakcie medzi jadrami a okolitými elektrónmi, a tým získavať informácie o zložení vzoriek, o oxidačných stavoch jednotlivých zložiek, o fázových premenách, a i.

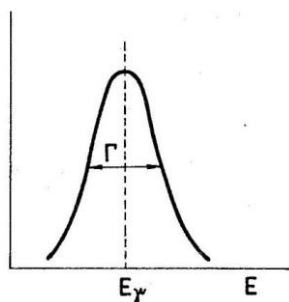
Podstatou Mössbauerovej spektrometrie je využitie javu bezdrážovej jadrovej gama rezonancie. Rezonančné javy fotónov gama sú v princípe podobné iným rezonančným javom, s ktorými sa stretávame v rôznych oblastiach fyziky. Príkladom je rezonančná fluorescencia, pri ktorej sa pozoruje pohltenie a následné vyžiarovanie svetelných kvánt atómovým obalom. Pokusy s rezonančným rozptylom (absorpciou) fotónov gama na jadrách sa však ukázali zložitejšie.

Emisia fotónov gama jadrami atómov je dôsledok prechodu jadra zo vzбудeného stavu s energiou E_e do základného stavu s energiou E_g (Obr. 5.37).



Obr. 5.37. Emisia fotónov gama.

Energia uvoľneného fotónu gama sa rovná rozdielu energií vzbuđeného a základného stavu $E_\gamma = E_e - E_g$. Keďže vzbuđený stav kvantovej sústavy nie je charakterizovaný presnou hodnotou energie E_γ , energetické spektrum fotónov gama vyžiarených jadrmi nebude čiarové, ale bude mať určité energetické rozloženie so stredom okolo E_γ a so šírkou v polovici maxima rovné Γ (Obr. 5.38).



Obr. 5.38. Energetické spektrum fotónov gama.

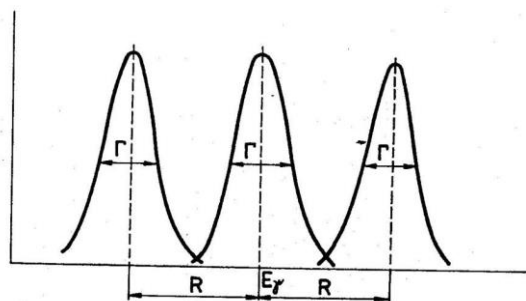
Šírka čiary Γ je daná šírkou vzbudenej hladiny ΔE , ktorá je spojená so strednou dobou života energetického stavu τ Heisenbergovým vzťahom neurčitosti:

$$\Gamma \cdot \tau \geq \hbar \quad (5.44)$$

Podľa analógie s rezonančnou fluorescenciou svetelných kvánt by sa dalo očakávať, že rezonančný rozptyl fotónov gama nastane, ak budeme ožarovať jadrá, ktoré sa nachádzajú v základnom stave, fotónmi gama, ktoré budú vyžarované jadrmi atómov toho istého druhu pri prechode zo vzbuđeného do základného stavu. K takémuto procesu by došlo za predpokladu, že energia vyžarovaných fotónov gama sa presne rovná $E_\gamma = E_e - E_g$. V reálnej situácii sa však ich energia mierne líši od hodnoty E_γ . Príčinou je najmä strata energie v dôsledku spätného odrazu jadra ako dôsledok zákona zachovania hybnosti. Energia spätného odrazu jadra bude:

$$E_R = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \quad (5.45)$$

kde M je hmotnosť jadra a c je rýchlosť svetla. Energia emitovaného fotónu gama E_γ bude teda zmenšená o hodnotu E_R , následkom čoho sa emisná čiara sa posunie o túto hodnotu smerom k menším energiám (Obr. 5.39). Taká istá časť energie sa odovzdá jadrú pri dopade fotónu gama na absorbátor (terčik), a teda absorpčná čiara bude posunutá o hodnotu E_R smerom k vyšším energiám. Výsledok týchto dvoch posunutí je, že absorpčná a emisná čiara sú od seba vzdialené o hodnotu $2E_R$ (Obr. 5.39).



Obr. 5.39. Posunutie emisnej a absorpčnej čiary v dôsledku spätného odrazu.

Na uskutočnenie rezonančnej absorpcie je však potrebné, aby sa emisná a absorpčná čiara navzájom aspoň čiastočne prekryvali. Podmienku prekrytia, a teda aj rezonančného rozptylu, môžeme potom zapísať nasledovne:

$$2E_R < \Gamma \quad (5.46)$$

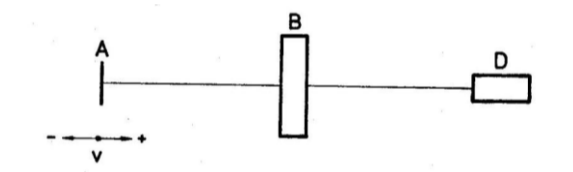
Napríklad pre jadrá s hmotnostným číslom $A \sim 100$, pri energii $10 - 100 \text{ keV}$ je hodnota $E_R \sim (0,5 - 50) \times 10^{-3} \text{ eV}$, čo je mnohokrát väčšie ako Γ . Preto gama rezonanciu nebolo možno dlho pozorovať.

Druhou príčinou, ktorá vedie k zmene energie fotónov gama, je tepelný pohyb atómov. V dôsledku tohto pohybu sú na základe Dopplerovho efektu emisná a absorpčná čiara značne rozšírené.

R. L. Mössbauer zistil, že ak jadrá nie sú voľné, ale viazané v kryštalickej mriežke, existuje určitá pravdepodobnosť toho, že fotón gama bude vyžiarený bez straty energie na spätný odraz. Podstata tohto efektu spočíva v tom, že energia spätného odrazu je odovzdaná kryštalickej mriežke ako celku, teda nie jedinému vyžarujúcemu, resp. absorbujúcemu atómu (prípade voľného atómu). Potom vo vzťahu (5.45) pre energiu spätného odrazu, E_R , nevystupuje v menovateli hmotnosť jedného atómu, ale hmotnosť celej kryštalickej mriežky, čo znamená, že $E_R \ll \Gamma$. Podobne aj hodnota Dopplerovho rozšírenia je zanedbateľne malá. Týmto spôsobom môžeme dosiahnuť takmer ideálne podmienky pre rezonančné procesy, v ktorých emisná a absorpčná čiara majú prirodzenú šírku Γ a energia stredu oboch čiar je rovnaká (E_R).

Veličiny určujúce pravdepodobnosť Mössbauerovho prechodu sú tzv. *Lambove-Mössbauerove faktory*, f a f' , pričom f určuje časť fotónov gama vyžiarených bez spätného odrazu a f' určuje časť fotónov gama absorbovaných bez spätného odrazu.

Na obr. 5.40 je schematicky znázornený princíp merania rezonančnej absorpcie. Fotóny vyžarované rádioaktívnym zdrojom A prechádzajú cez rezonančný absorbátor B a registrujú sa detektorom D. Ak sú jadrá zdroja a absorbátora zabudované v rovnakej kryštalickej mriežke, emisná a absorpčná čiara sa úplne prekrývajú.

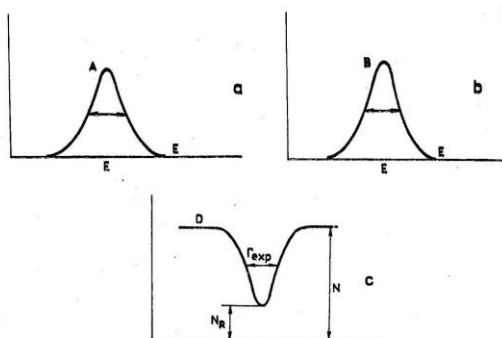


Obr. 5.40. Schematické znázornenie princípu merania rezonančnej absorpcie.

Ak budeme pohybovať zdrojom vzhľadom na absorbátor rýchlosťou v , potom v dôsledku Dopplerovho efektu dôjde k zmene energie vyžarovaných fotónov gama o hodnotu:

$$\Delta E = \frac{v}{c} E_\gamma \quad (5.47)$$

kde E_γ je energia fotónov gama.



Obr.5.42. Emisná čiara (a), absorpčná čiara (b), Mössbauerovo spektrum (c).

Absorpčné Mössbauerovo spektrum dostaneme meraním závislosti intenzity fotónov gama od rýchlosti v . Pri veľkých rýchlostiach v_{∞} je posuv energie taký veľký, že môže nastať rezonancia. Počet impulzov odpovedajúci rýchlosti v_{∞} označíme N_{∞} . Rýchlosť, pri ktorej nadobúda meraná závislosť minimum, označujeme v_R a odpovedajúci počet impulzov N_R .

Dôležitou charakteristikou nameraného spektra je hodnota efektu definovaného ako:

$$\varepsilon = \frac{N_{\infty} - N_R}{N_{\infty}} \quad (5.48)$$

Ak zdroj a absorbátor sú v tej istej kryštalickej mriežke, tak $v_R = v_0$, to znamená, že maximum rezonancie je pri nulovej rýchlosti zdroja. Ak v dôsledku nejakej príčiny (napr. rôzne kryštallické mriežky zdroja a absorbátora) sú emisná a absorpčná čiara navzájom posunuté, potom minimum nameraného spektra bude tiež posunuté vzhľadom na nulovú rýchlosť.

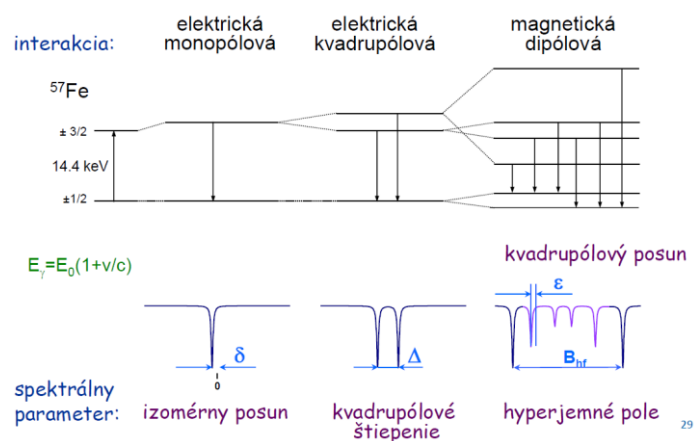
Je dôležité si uvedomiť, že vplyvom vzájomného pôsobenia jadra a okolitého prostredia sa energia vyžarovaných fotónov gama mení, čo má za následok zmenu tvaru nameraného spektra. Práve táto skutočnosť má veľký praktický význam pre metódu Mössbauerovej spektroskopie, pretože umožňuje získavať podrobné informácie o vplyve vnútorných a vonkajších síl na jadro.

Najvýznamnejší vplyv na tvar nameraného spektra majú tieto hyperjemné interakcie (Obr. 5.43):

1. *Elektrická monopólová interakcia.* Je to interakcia rozloženia náboja jadra s hustotou elektrónov v priestore jadra (v zdroji a v absorbátore). V spektre je charakterizovaná parametrom nazývaným *izomérny posun*, δ , ktorý predstavuje posun celého spektra naľavo alebo napravo s ohľadom na referenčný materiál, napr. bcc-Fe. Tento parameter nám poskytuje informácie o charaktere väzieb, spinovom stave, oxidačnom stave a elektronegativite ligandov.
2. *Elektrická kvadrupólová interakcia.* Je to vzájomné pôsobenie medzi kvadrupólovým momentom jadra a nehomogenitami elektrického poľa. V spektre sa prejaví ako rozštiepenie rezonančného minima na dve čiary (tzv. dublet). Kvantifikujeme ho spektrálnym parametrom, ktorý udáva vzájomnú vzdialenosť vzniknutých miním a nazýva sa *kvadrupólové štiepenie*, Δ . Tento parameter poskytuje informácie o lokálnej (molekulovej alebo kryštálovej) symetrii, o oxidačnom stave, o charaktere väzieb a o spinovom stave.
3. *Magnetická dipólová interakcia.* Predstavuje interakciu jadrového magnetického momentu s vnútorným alebo vonkajším (aplikovaným) magnetickým poľom (tzv. jadrový *Zeemanov jav*). V Mössbauerovom spektre sa prejaví ako rozštiepenie na 6 čiar (tzv. sextet), ktorých najväčšiu vzdialenosť popisuje spektrálny parameter nazývaný *hyperjemné magnetické pole*, B_{hf} . Je to indukcia hyperjemného poľa, ktoré vzniká v dôsledku orbitálneho pohybu elektrónov, existencie magnetického dipólového momentu, interakcie s-elektrónov v priestore jadra a výmennej interakcie vodivostných elektrónov. Treba poznamenať, že magnetické dipólové a elektrické kvadrupólové interakcie pôsobia súčasne.

Ako zdroj v Mössbauerovej spektrometrii sa najčastejšie používa ^{57}Co zabudovaný v ródiovej matici, pričom sa využíva 14,4-keV prechod ^{57}Fe . Paleta Mössbauerových izotopov je široká (poznáme ca. .. izotopov, na ktorých je pozorovaný Mössbauerov efekt), avšak v praxi sa najčastejšie používa ^{57}Fe a ^{57}Sn . Experiment je možné vykonávať v transmisnej alebo v odrazovej geometrii. V transmisnej geometrii žiarenie prechádza cez vzorku vhodnej hrúbky, pričom v odrazovej geometrii je registrované žiarenie z povrchu vzorky, čím dostávame informácie o vlastnostiach povrchových vrstiev.

Mössbauerova spektrometria má vysoký diagnostický potenciál, a preto má široký rozsah vedeckých aj priemyselných aplikácií v rôznych odvetviach, ako sú napr. fyzika, chémia, geológia, metalurgia, ale aj biológia a medicína. Nevýhodnou techniky je potreba zvýšenej bezpečnosti z dôvodu používania rádionuklidového zdroja, ktorého doba polpremeny (a tým aj doba použiteľnosti) je relatívne krátka.



Obr.5.43. Hyperjemné interakcie a ich prejavy v Mössbauerovom spektre.

5.5. Zhrnutie vlastností alfa, beta a gama žiarenia z rádioaktívnych premien

V Tab. 5.6 sú zhrnuté niektoré významné vlastnosti alfa, beta a gama žiarenia emitovaných v procese jadrových premien.

Tab. 5.6. Vlastnosti jadrových alfa, beta a gama premien.

	α	β	γ
	Jadro hélia ${}^4_2\text{He}$	Elektrón e^- , e^+	Elektromagnetické žiarenie (fotón)
$T_{1/2}$ Minimum Maximum	$\sim 10^{-7} s$ $\sim 10^{15} r$	$\sim 10^{-2} s$ $\sim 10^{15} r$	$\sim 10^{-17} s$ $\geq 30 r$
E_0 Minimum Maximum	$\sim 4 \text{ MeV}$ $\sim 10 \text{ MeV}$	$\sim 10 \text{ keV}$ $\sim 10 \text{ MeV}$	$\sim 10 \text{ keV}$ $\sim 10 \text{ MeV}$
Mechanizmus	Tunelový mechanizmus prechodu potenciálovou bariérou	Slabá interakcia	Elektromagnetická interakcia
Energetická distribúcia produktov	Monoenergetické	β^+ , β^- : spojité EZ: monoenergetické	Monoenergetické
Energia premeny	$M_X - (M_Y + M_{He})$	β^- : $M_X - M_Y$ β^- : $M_X - (M_Y + 2m_e)$ EZ: $M_X - (M_Y + W_i/c^2)$	$E_u - E_i$
Prienik látkou (približný dolet)	Niekoľko cm vo vzduchu	Niekoľko mm v hliníku	Niekoľko cm a viac v olove

Zdroje a iné užitočné odkazy

J. Lipka: Jadrová a neutrónová fyzika, SVŠT, 1986

E. Krane, S. Kenneth. Oregon state university. Introductory Nuclear Physics, John Wiley & Sons, New York, 1988. Dostupné online: <https://faculty.kfupm.edu.sa/PHYS/aanaqvi/Introductory-Nuclear-Physics-new-Krane.pdf>

G. F. Knoll, Radiation Detection and Measurement, Third Edition, John Wiley & Sons, New York, 2000.

J. C. Bryan, Introduction to Nuclear Science, CRC Press, Taylor & Francis Group, 2009.

F. Yang, J.H. Hamilton, Modern Atomic and Nuclear Physics, World Scientific Publishing Co., 2010.

A. Das a T. Ferbel, Introduction to Nuclear and Particle Physics, Second Edition, World Scientific Publishing Co., 2003.

HyperPhysics, C.R. Nave, Georgia State University, 2016, dostupné online: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/index.html>

A. Sitenko, V. Tartakovskii: Theory of Nucleus: Nuclear Structure and Nuclear Interaction, Springer Science & Business Media, 2012, dostupné online:

<https://books.google.at/books?id=e6XqCAAAQBAJ&pg=PA4&lpg=PA4&dq=nuclear+forces+isotopic+invariance&source=bl&ots=jvqrhfzuBm&sig=ACfU3U2o2MP9hO7aQ4D1gGsJ5ygegkROfA&hl=sk&sa=X&ved=2ahUKEwjel93VINfpAhXHTBUIHaO4D60Q6AEwAnoECACQAQ#v=onepage&q&f=false>

Lev Davidovich Landau, ĽĽkov Abramovich Smorodinskii : Lectures on Nuclear Theory, Courier Corporation, 1993, dostupné online:

<https://books.google.at/books?id=XBFiDwAAQBAJ&pg=PA20&lpg=PA20&dq=nuclear+forces+isotopic+invariance&source=bl&ots=j9G1rA783s&sig=ACfU3U3Kvweugx52r7LsnNCegnsWG4UqPA&hl=sk&sa=X&ved=2ahUKEwjel93VINfpAhXHTBUIHaO4D60Q6AEwA3oECAUQAQ#v=onepage&q=nuclear%20forces%20isotopic%20invariance&f=false>

Introduction to Nuclei– II (The Physical Properties), dostupné online: https://cyclotron.tamu.edu/reu-archive/2008%20lecture%20notes/REU2008_L2_Shetty.pdf

IAEA Nuclear Data Services, Nuclear charge radii, dostupné online: <https://www-nds.iaea.org/radii/>

Gerhart Friedlander, Joseph W. Kennedy, Edward S. Macias, Julian M. Miller: Nuclear and Radiochemistry, John Wiley & Sons, 1981, dostupné online: https://books.google.at/books?id=jU6t-if5e5AC&pg=PA29&lpg=PA29&dq=experimental+methods+to+measure+nuclear+radii&source=bl&ots=sLytzr4A4j&sig=ACfU3U2va4UnILa3iMyVV- YtN-q79oE_Q&hl=sk&sa=X&ved=2ahUKEwil8O-P_uTpAhXI2KQKHZL4DIIQ6AEwDHoECAoQAQ#v=onepage&q=experimental%20methods%20to%20measure%20nuclear%20radii&f=false

H. S. Hans: Nuclear Physics: Experimental And Theoretical, New Age International, 2008, dostupné online: https://books.google.at/books?id=E3lNb2rZrrAC&pg=PA33&lpg=PA33&dq=experimental+methods+to+determine+nuclear+radii&source=bl&ots=3_eWom6tAc&sig=ACfU3U2Ut5jtbgon3AWCX3wkWQH25Tz2vg&hl=sk&sa=X&ved=2ahUKEwjdwOp--TpAhVhMOwKHdfVDCkQ6AEwDXoECAoQAQ#v=onepage&q=experimental%20methods%20to%20determine%20nuclear%20radii&f=false

S. B. Patel: Nuclear Physics: An Introduction, New Age International, 1991, dostupné online: <https://books.google.at/books?id=aMzuEby4fX4C&pg=PA117&lpg=PA117&dq=experimental+methods+to+m>

[easure+nuclear+radii&source=bl&ots=xiN639LZEM&sig=ACfU3U0vQdVriD14LmhN_uD9MHR2X4jBoQ&hl=s&sa=X&ved=2ahUKEwil8O-P_uTpAhXI2KQKHZL4DIIQ6AEwDnoECAkQAQ#v=onepage&q=experimental%20methods%20to%20measure%20nuclear%20radii&f=false](https://www.researchgate.net/publication/331111111?source=bl&ots=xiN639LZEM&sig=ACfU3U0vQdVriD14LmhN_uD9MHR2X4jBoQ&hl=s&sa=X&ved=2ahUKEwil8O-P_uTpAhXI2KQKHZL4DIIQ6AEwDnoECAkQAQ#v=onepage&q=experimental%20methods%20to%20measure%20nuclear%20radii&f=false)

Atomová a jaderná fyzika, prezentácia, dostupné online: <https://slideplayer.cz/slide/2893825/>

Fenomenologické vlastnosti jadier, prezentácia, dostupné online: <https://slideplayer.cz/slide/11309524/>

E-fyzika, Základný bakalársky kurz pre technické univerzity, dostupné online: http://kf-lin.elf.stuba.sk/~ballo/STU_online/

Kvantové čísla, wikiskripta, dostupné online: https://www.wikiskripta.eu/w/Kvantov%C3%A1_%C4%8D%C3%ADsla

Kastberg, A. (2020). Coupling of Angular Momenta – The Vector Model. In: Structure of Multielectron Atoms. Springer Series on Atomic, Optical, and Plasma Physics, vol 112. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-36420-5_6

S. R. Kulkarni, LS & JJ coupling, Spectroscopic Terms & Hund's rules, 2021, dostupné online: <https://sites.astro.caltech.edu/~srk/Ay126/Lectures/Lecture5/SpectroscopicTerms.pdf>

Bethe–Weizsäckerov vzťah, dostupné online: https://en.wikipedia.org/wiki/Semi-empirical_mass_formula

Dobrodružstvo častíc, základy hmoty a síl, dostupné online: <http://www.kf.fpv.ukf.sk/ParticleAdventure/slovak/index.html>

Live Chart of Nuclides, dostupné online: <https://www-nds.iaea.org/relnsd/vcharthtml/VChartHTML.html>

PhET Interactive Simulations for Science and Math, Alpha Decay, dostupné online: <https://phet.colorado.edu/en/simulations/alpha-decay>

„Query Tool exercises with solution“ – ako pracovať s databázou nds, dostupné online: https://www-nds.iaea.org/relnsd/NdsEnsdf/QUERY_ENSDF_EXAMPLES.pdf