

1 Prenos tepla, voda

1.1 Prenos tepla, vyhrievacie a chladiace systémy

1. Aká bude výsledná teplota zmesi, ak do 10 litrov horúcej vody s teplotou 65°C prilejeme 1 liter studenej vody s teplotou 15°C? Špecifické teplo vody je 4.187 kJ/kg/K.

Riešenie

Prijaté a odovzdané teplo musia byť rovnaké. Preto platí:

$$m_{hot} \times c \times (T_{hot} - T) = m_{cold} \times c \times (T - T_{cold})$$

$$m_{hot} \times (T_{hot} - T) = m_{cold} \times (T - T_{cold})$$

Špecifické teplo vody sa v tomto prípade vykrátilo a z vyššie uvedenej rovnice treba vyjadriť výslednú ustálenú teplotu zmesi, T :

$$m_{hot} \times T_{hot} - m_{hot} \times T = m_{cold} \times T - m_{cold} \times T_{cold}$$

$$m_{hot} \times T_{hot} + m_{cold} \times T_{cold} = m_{cold} \times T + m_{hot} \times T$$

$$T = \frac{m_{hot} \times T_{hot} + m_{cold} \times T_{cold}}{m_{cold} + m_{hot}} = \frac{10 \times 338 + 1 \times 288}{11} = 60.45^\circ\text{C}$$

Komentár

- Diskutujte, či je v tomto prípade nutné dosadzovať teplotu v [K] alebo možno dosadiť aj priamo v °C? Ak výslednú rovnicu napíšeme v tvare súčtu dvoch zlomkov,

$$T = \frac{m_{hot} \times T_{hot} + m_{cold} \times T_{cold}}{m_{cold} + m_{hot}} = \frac{m_{hot}}{m_{cold} + m_{hot}} \times T_{hot} + \frac{m_{cold}}{m_{cold} + m_{hot}} \times T_{cold}$$

vidíme, že členy $\frac{m_{hot}}{m_{cold}+m_{hot}}$ a $\frac{m_{cold}}{m_{cold}+m_{hot}}$ sú bezrozmerné, a teda výsledná teplota, T , bude v tej istej jednotke, v akej dosadíme za teplotu horúcej a studenej vody. Ak dosadíme priamo v °C, výsledok bude tiež v °C:

$$T = \frac{m_{hot}}{m_{cold} + m_{hot}} \times T_{hot} + \frac{m_{cold}}{m_{cold} + m_{hot}} \times T_{cold} = \frac{10}{11} \times 65 + \frac{1}{11} \times 15 = 60.45^{\circ}\text{C}$$

2. Riešte predchádzajúci problém obecné pre prípad dvoch rôznych materiálov, t.j. pre rôzne špecifické teploty.

Riešenie

Prijaté a odovzdané teplo musia byť rovnaké. Preto platí:

$$m_{hot} \times c_{hot} \times (T_{hot} - T) = m_{cold} \times c_{cold} \times (T - T_{cold})$$

$$m_{hot} \times c_{hot} \times T_{hot} - m_{hot} \times c_{hot} \times T = m_{cold} \times c_{cold} \times T - m_{cold} \times c_{cold} \times T_{cold}$$

$$m_{hot} \times c_{hot} \times T_{hot} + m_{cold} \times c_{cold} \times T_{cold} = m_{cold} \times c_{cold} \times T + m_{hot} \times c_{hot} \times T$$

$$T = \frac{m_{hot} \times c_{hot} \times T_{hot} + m_{cold} \times c_{cold} \times T_{cold}}{m_{cold} \times c_{cold} + m_{hot} \times c_{hot}}$$

Komentár

- V praxi ide najčastejšie o výmenu tepla medzi vyhrievacím / chladiacim médiom a vzduchom, napríklad systém voda – vzduch (chladič v aute alebo voda v ústrednom kúrení) alebo vzduch – olej (olejové radiátory) alebo olej – voda (motor v aute) a podobne.

3. Na akú teplotu by sme dokázali zohriať vodu vo vedre, ak by sme do nej hodili rozpálený kameň z ohniska.

Riešenie

Tento príklad si vyriešite doma a vzájomne si porovnajte výsledky v skupine. Ide o nácvik realistického („rozumného“) odhadu vstupných parametrov výpočtu. Uvažujte vedro bežného objemu so studenou vodou (odhadnite jej teplotu), do ktorej vhodíte rozpálený kameň z ohniska. Odhadnite jeho hmotnosť, teplotu a zvolte jeho rozumné chemické zloženie, aby ste mohli stanoviť jeho špecifické teplo.

Pracujte nezávisle od seba a na záver si porovnajte výsledky. Ide aj o kvalitatívny odhad situácie, ktorá nastane.

- Môže voda zovrieť a vypariť sa alebo ju kameň nedokáže výraznejšie ohriať?
- Máme očakávať veľmi horúcu vodu alebo si takýmto postupom nedokážeme vodu výraznejšie ohriať napríklad pri stanovaní v prírode?
- Čo sa stane alebo môže stať s kameňom po jeho vhození do vody?

4. Tepelná elektráreň spaľujúca uhlie pracuje s účinnosťou 33.3 %, pričom na výstupe dosahuje výkon 1000MW elektrických. Dve tretiny z energie paliva sa odvádzajú do životného prostredia ako odpadové teplo, z toho 15 % uniká komínom a ďalších 85 % je odvedených chladiacou vodou čerpanou z priľahlej rieky. Rieka má prietok 100m³/s a teplotu 20°C.

a/ Ak teplota chladiacej vody môže stúpnuť maximálne o 10°C, aký bude potrebný jej prietok?

b/ Aká bude výsledná teplota chladiacej vody pri plnom prietoku 100m³/s?

Riešenie

Ak tepelná elektráreň pracuje s účinnosťou 33.3%, na vygenerovanie výstupného výkonu 1000MW potrebuje vstupný príkon 3000MW. Do životného prostredia sa vo forme tepla teda uvoľňujú 2GW, z toho chladiacou vodou z rieky je odvádzaných 2GW×85% = 1.7GW. Tento výkon, W , treba „uchladiť“ chladiacou vodou. Platí obecný vzťah:

$$W = \dot{m}c\Delta T \Rightarrow \dot{m} = \frac{W}{c\Delta T} = \frac{1700 \times 10^6}{4187 \times 10} = 40602 \text{ kg/s} = 40.6 \text{ m}^3/\text{s}$$

Pri plnom prietoku 100m³/s bude výsledná teplota:

$$W = \dot{m}c\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{W}{\dot{m}c} = \frac{1700 \times 10^6}{4187 \times 100000} = 4.06^\circ\text{C}$$

S uvažovaním tohto **prírastku teploty** bude výsledná teplota rieky približne 24.1°C .

Komentár

- Aký je rádovo typický výkon jedného bloku atómovej elektrárne?

Na juhu Slovenska, medzi Nitrou a Levicami, sa nachádzajú štyri bloky Atómových elektrární Mochovce s tlakovodnými reaktormi typu VVER 440/V-213. Prvý blok elektrárne dodáva elektrickú energiu do siete od leta 1998, druhý blok od konca roka 1999. Hrubý výkon každého z blokov bol v roku 2008 zvýšený z 440 na **470MW**. Každý blok AE Mochovce vyrobí ročne vyše 3000GWh elektrickej energie, čo pokrýva približne 11% spotreby elektrickej energie na Slovensku. Výstavba tretieho a štvrtého bloku sa pozastavila v roku 1992 a znova spustila v novembri 2008. Mochovské bloky patria medzi najnovšie jadrové bloky VVER 440/V-213 a ťažia zo všetkých zdokonalení, ktoré boli v elektrárni realizované. Medzinárodné expertné tímy sa zhodli na tom, že elektráreň po realizácii bezpečnostných opatrení spĺňa všetky medzinárodné štandardy a úroveň jadrovej bezpečnosti a spoľahlivosti zhodnotili ako mimoriadne vysokú.

- 5. V elektrárni spaľujúcej olej je účinnosť 40%. Spaľovanie oleja produkuje 20g uhlíka na 1MJ. Zistite obsah uhlíka vypúšťaného do atmosféry na 1kWh vyprodukovanej energie!**

Riešenie

Ak elektráreň pracuje s účinnosťou 40%, na 1kWh vyprodukovanej energie potrebuje na vstupe energiu $1/0.4 = 2.5\text{kWh}$ vo forme tepla získaného spálením oleja. Túto energiu treba prepočítať na Jouley. Keďže $1\text{W} = 1\text{J/s}$, 2.5kWh bude $2.5 \times 3600 = 9000\text{kJ} = 9\text{MJ}$. Množstvo uhlíka potom vypočítame ako $9\text{MJ} \times 20\text{g}/1\text{MJ} = 180\text{g}$. Na jednu kWh vyprodukovanej energie teda elektráreň vypustí do atmosféry 180g uhlíka.

6. Štandardná tepelná elektrárňa spaľuje uhlie o výhrevnosti 24kJ/g s obsahom uhlíka približne 62%. Limitná hodnota pre emisiu síry je 260g SO₂ na 10⁶kJ (130g síry na 10⁶kJ). Predpokladajme, že účinnosť elektrárne je 33.3%.

a/ Vypočítajte obsah síry a uhlíka na jednu kWh vyprodukovanej elektrickej energie.

b/ Aká musí byť účinnosť záchytu síry, ak uhlie obsahuje 2% síry.

Riešenie

Ak elektrárňa pracuje s účinnosťou 33.3%, na 1kWh vyprodukovanej energie potrebuje na vstupe energiu $1/0.333 = 3\text{kWh}$ vo forme tepla získaného spálením uhlia. Túto energiu treba prepočítať na Jouley. Keďže $1\text{W} = 1\text{J/s}$, 3kWh bude $3 \times 3600 = 10.8\text{MJ}$. Pri výhrevnosti uhlia 24kJ/g bude potrebné spáliť $10800\text{kJ}/24\text{kJ} = 450\text{g}$ uhlia. Množstvo uhlíka potom vypočítame ako $450 \times 0.62 = 279\text{g}$. Na jednu kWh vyprodukovanej elektrickej energie teda elektrárňa vypustí do atmosféry približne **280g uhlíka**.

Maximálne množstvo síry pri limite 130g síry na 10⁶kJ je $130 \times 10800/10^6 = 1.404\text{g}$. Ak by uhlie obsahovalo 2% síry, predstavuje to $450 \times 0.02 = 9\text{g}$ síry. Tento limit by teda bol prekročený. Účinnosť záchytu musí byť taká, aby 9g bolo zredukovaných na 1.404g, t.j. do ovzdušia sa môže dostať len $1.404/9 \times 100\% = 15.6\%$ síry. Zvyšok, t.j. približne 85% síry musí byť zachytený. Účinnosť záchytu síry teda musí byť **85%**.

7. Mesto v údolí je v inverzii, ktorá zasahuje do výšky 250m a do vzdialenosti 20km. Vietor fúka rýchlosťou 2m/s. V údolí sa nachádza továreň vypúšťajúca do ovzdušia 60kg CO za sekundu. Aká bude rovnovážna koncentrácia CO v meste.

Riešenie

Objem dotknutej oblasti je daný rozmermi oblasti postihnutej inverziou, V:

$$V = 20 \times 20 \times 0.25 = 100\text{km}^3$$

Do tohto objemu je vypúšťaný oxid uhoľnatý, CO, s intenzitou zdroja, S, 60kg/s. Vietor však do oblasti privádza čistý vzduch a odvádza znečistený vzduch. Pri rýchlosti vetra 2m/s bude prietok, Q, $20000 \times 250 \times 2 = 10^7\text{m}^3/\text{s}$. Pre ustálenú koncentráciu, c, platí:

$$S = Qc \Rightarrow c = \frac{S}{Q} = \frac{60\text{kg/s}}{10^7\text{m}^3/\text{s}} = 6\text{mg/m}^3$$

8. Solárny kolektor s rozmermi $1 \times 2 \text{ m}$ má cirkuláciu vody 4 litre za minútu. Slnko naň svieti s plošnou hustotou výkonu, W , 1 kW/m^2 , pričom účinnosť kolektora je 50%. O koľko stupňov sa zvýši teplota vody v kolektore?

Riešenie

Použijeme rovnicu:

$$W = \dot{m}c\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{W}{\dot{m}c} = \frac{1000 \times 0.5 \times 2}{\frac{4}{60} \times 4187} = 3.6^\circ\text{C}$$

Voda v kolektore sa ohreje približne o 3.6°C .

1.2 Voda a roztoky

9. Nájdite koncentráciu vodíkových a hydroxidových iónov v rajčinovom džúze, ktorý má pH rovné 4.1.

Riešenie

V zmysle definície je pH-hodnota záporne vzatý dekadický logaritmus látkovej koncentrácie vodíkových iónov:

$$[H^+] = 10^{-4.1} \text{ mól/liter} = 7.943 \times 10^{-5} \text{ mól/liter}$$

Nakoľko iónový súčin vody je 10^{-14} , koncentrácia hydroxidových iónov musí byť:

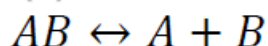
$$[OH^-] = 10^{-9.9} \text{ mól/liter} = 1.26 \times 10^{-10} \text{ mól/liter}$$

10. Nájdite rovnovážnu koncentráciu fluoridových iónov v čistej vode po disociácii CaF_2 , ak konštanta rozpustnosti je $K_{\text{sp}} = 3.9 \times 10^{-11}$. Výsledok vyjadrite v látkovej koncentrácii mol/l, ako aj v hmotnostnej koncentrácii mg/l.

Riešenie

Na prednáške sme zaviedli konštantu rozpustnosti ako:

Každá látka má vo vode istý stupeň rozpustnosti, jedna viac, druhá menej. Proces rozpúšťania je vždy **obojsmerný**. Ak sa tuhá látka vo vode rozkladá na zložky A a B (**disociácia**), súčasne môžu zložky vzájomne rekombinovať späť na tuhú látku (**precipitácia**), až kým sa nevytvorí rovnovážny stav (**dynamická rovnováha**): (Ako sa to deje?)

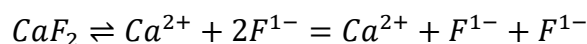


Výsledkom procesu rozpúšťania je potom istá charakteristická koncentrácia zložiek A a B v roztoku podľa vzťahu:

$$[A][B] = K_{sp}$$

kde K_{sp} je tzv. **konštanta rozpustnosti**, resp. „**solubility product**“.

Disociácia a precipitácia CaF_2 vedie k vytvoreniu rovnovážneho stavu:



Pre rovnovážne koncentrácie bude v tomto prípade platiť:

$$[\text{Ca}^{2+}][\text{F}^{1-}]^2 = K_{sp} = 3.9 \times 10^{-11}$$

pričom druhá mocnina pri koncentrácii fluoridových iónov súvisí so stechiometriou reakcie $\text{CaF}_2 \rightleftharpoons \text{Ca}^{2+} + 2\text{F}^{1-}$.

Predpokladajme, že jediným zdrojom fluoridových iónov je disociácia CaF_2 . Keďže látková koncentrácia vyjadruje vlastne **počet častíc** (uvedom si definíciu látkového množstva), na každý ión Ca^{2+} pripadajú po disociácii dva ióny F^{1-} . Platí teda:

$$[\text{Ca}^{2+}] = \frac{1}{2}[\text{F}^{1-}]$$

Dosadením tejto podmienky do predchádzajúcej rovnice dostaneme:

$$\frac{1}{2} \times [\text{F}^{1-}] \times [\text{F}^{1-}]^2 = \frac{1}{2} \times [\text{F}^{1-}]^3 = 3.9 \times 10^{-11}$$

$$[\text{F}^{1-}] = \sqrt[3]{2 \times 3.9 \times 10^{-11}} = 4.273 \times 10^{-4} \text{ mol/l}$$

Prepočet na mg/l urobíme pomocou molárnej hmotnosti fluóru, ktorá je podľa údajov z tabuliek 18.9984032 g/mol:

$$[F^{1-}] = 4.273 \times 10^{-4} \text{mol/l} = 4.273 \times 10^{-4} \times 18.9984032 = 8.12 \text{mg/l}$$

11. Vypočítajte obsah plynu CO₂ vo fľaši s vodou pri tlaku 2×10^5 Pa a teplote 25°C. Henryho konštanta je $k_H = 61.1 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$.

Riešenie

Použijeme Henryho zákon:

$$[CO_2] = 55.56 \times k_H \times p = 55.56 \times 61.1 \times 10^{-10} \times 2 \times 10^5 = 0.068 \text{mol/l}$$

Molárna hmotnosť CO₂ je 44.0095 g/mol. Hmotnostná koncentrácia potom bude:

$$[CO_2] = 0.068 \text{mol/l} = 0.068 \times 44.0095 = 2.988 \text{g/l}$$